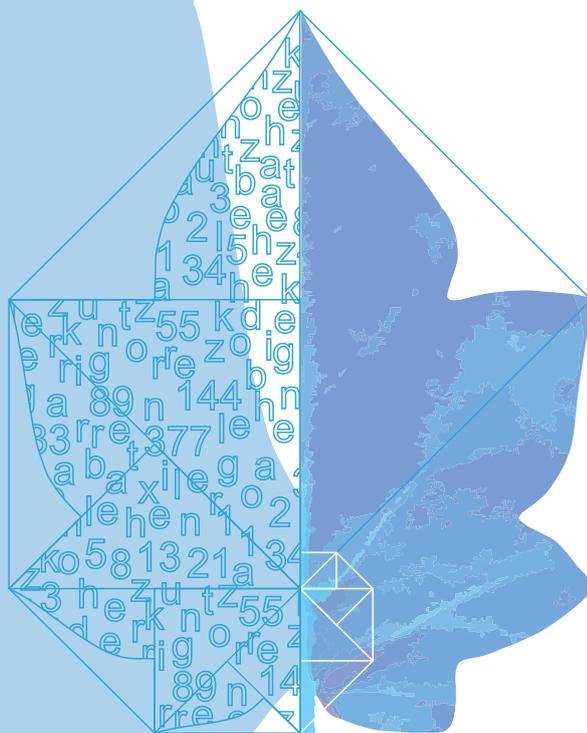


Competencia matemática



Material didáctico

Educación Secundaria Obligatoria

EUSKO JAURLARITZA



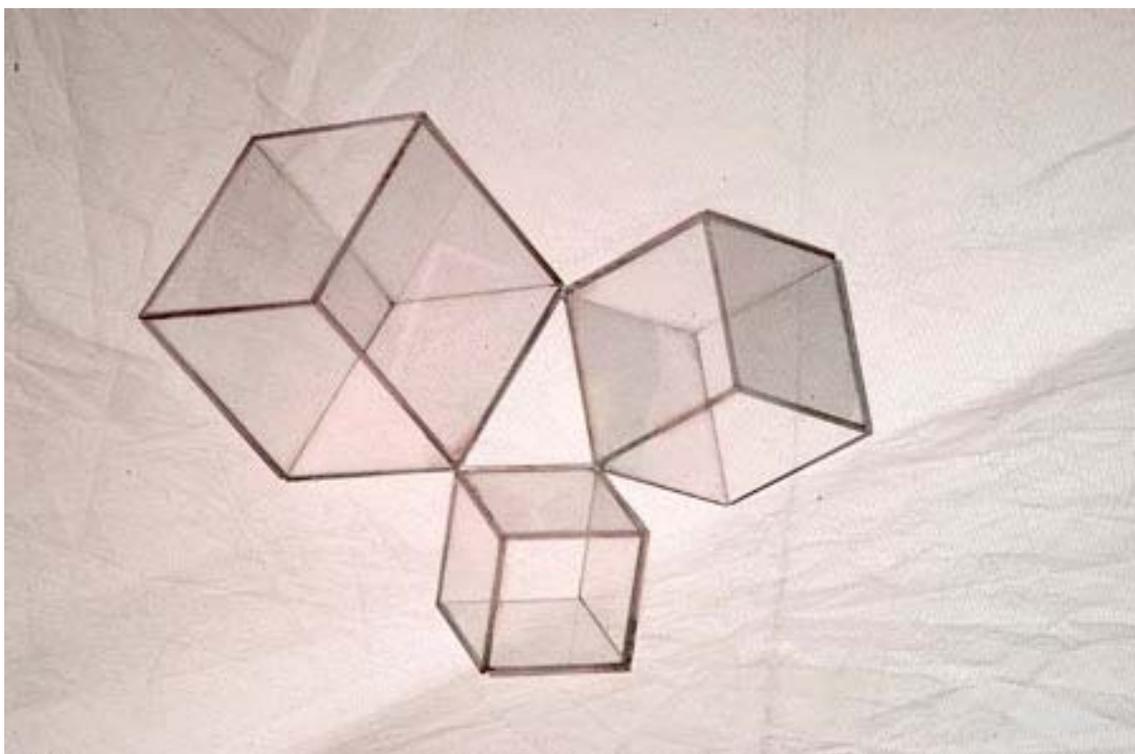
GOBIERNO VASCO

HEZKUNTZA, UNIBERTSITATE
ETA IKERKETA SAILA

DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN,
UNIVERSIDADES E INVESTIGACIÓN

con POTENCIAS

(Notación científica, Ordenes de magnitud, Semejanza)



MATEMÁTICAS

2º curso de Educación Secundaria Obligatoria

Berritzegune Nagusia – Matematika Aholkularitza

con POTENCIAS

Áreas implicadas: MATEMÁTICAS

Tema: POTENCIAS

Nivel: 2º de E.S.O

Nº de sesiones: 8

Contextualización de la propuesta:

Tras las sucesivas ampliaciones de conjuntos numéricos y de sus ámbitos de conocimiento a las que se enfrenta el alumnado durante la primaria aparece la necesidad de expresar cantidades muy grandes o muy pequeñas.

La notación decimal y posicional habitual es adecuada para cantidades enteras o decimales modestas, de nuestro mundo inmediato, pero cuando hemos de expresar la inmensidad del Universo o lo insignificante del mundo celular o atómico comienzan las dificultades y aparece la necesidad de nuevas formas de expresión: con POTENCIAS.

El lenguaje matemático, mediante las potencias, nos permitirá extender la precisión sintética y el simbolismo abstracto más allá de nuestra percepción directa a espacios solamente accesibles mediante microscopios, telescopios u otras tecnologías todavía menos accesibles.

Los datos estadísticos y los macroeconómicos son referencias habituales en los medios de comunicación y son más accesibles si dominamos los órdenes de magnitud y las operaciones entre potencias. Con esta secuencia pretendemos incorporar el conocimiento de las potencias al bagaje cultural del alumno.

Las actividades se realizarán en grupos de 3-4 componentes y podrán utilizar calculadoras y otros artefactos. Al principio de cada sesión el profesor repasará los conceptos y procedimientos relacionados con la actividad pero no de forma exhaustiva para posibilitar el intercambio y la investigación interactiva en el grupo de alumnos.

La atención a la diversidad se contemplará en la formación de los grupos en donde se potenciará la pluralidad y en el reparto de las tareas entre los componentes: todos deben de aportar buscando un equilibrio entre las disposiciones y capacidades, de forma que el resultado o solución sea una obra de todos ellos e integre las aportaciones de cada uno.

Al final de la secuencia el grupo habrá de presentar un trabajo final en el que utilice las potencias para expresar diferentes medidas del Sistema Solar y, como ampliación, representará a escala, el sol y los planetas en el suelo del aula o del patio.

Competencias básicas trabajadas:

- 1) Competencia en cultura científica, tecnológica y de la salud : actividades 1/2/4/5
- 2) Competencia para aprender a aprender: actividades 0/2
- 3) Competencia matemática: actividades 1/2/3/4/5
- 4) Competencia en comunicación lingüística: actividades 1/5
- 5) Competencia en el tratamiento de la información y competencia digital: actividades 1/5
- 6) Competencia social y ciudadana: actividades 0/5
- 7) Competencia en cultura humanística y artística: actividad 5
- 8) Competencia para la autonomía e iniciativa personal: actividades 0/5

Objetivos didácticos:

1. Realizar cálculos en los que intervengan potencias utilizando las propiedades más importantes.
2. Resolver problemas para los que se precise la utilización de operaciones con potencias, realizando cálculos y valorando la adecuación del resultado al contexto.
3. Estimar y calcular longitudes, áreas y volúmenes de espacios y objetos con una precisión acorde con la situación planteada.
4. Resolver problemas utilizando un modelo heurístico: analizando el enunciado, eligiendo las estrategias adecuadas, realizando los cálculos pertinentes, comprobando la solución obtenida y expresando el procedimiento que se ha seguido en la resolución.
5. Valorar y utilizar sistemáticamente conductas asociadas a la actividad matemática, tales como curiosidad, perseverancia y confianza en las propias capacidades, orden o revisión sistemática.
6. Integrarse en el trabajo en grupo, respetando y valorando las opiniones ajenas como fuente de aprendizaje y colaborando en el logro de un objetivo común.

Contenidos:

- Resolución de problemas relacionados con pautas numéricas y gráficas.
- Potencias de números enteros con exponente natural. Opcionalmente de exponente entero.
- Operaciones y propiedades con potencias. Notación científica para representar números grandes (y opcionalmente muy pequeños).
- Proporcionalidad directa. Análisis de tablas y gráficas sencillas. Razón de proporcionalidad.
- Figuras del plano: elementos y características. Cálculos métricos. Semejanza de figuras. Proporcionalidad entre segmentos. Razón entre las áreas de figuras semejantes. Teorema de Thales.
- Representación a escala. Mapas
- Estimación y cálculo de perímetros, áreas y volúmenes mediante diversos procedimientos.
- Trabajo cooperativo con reparto y asunción de roles respetando y valorando las opiniones ajenas.

Evaluación

<i>Crterios e indicadores</i>	<i>Instrumentos</i>
Compara y ordena números expresados en forma de potencias	ECPI / ECPG / EA1
Comprende e interpreta mensajes de tipo numérico	TF / EA1 / EA2 / EA3
Encuentra, de forma autónoma, información en Internet y la analiza con espíritu crítico	TF
Integra los conocimientos numéricos y los utiliza para resolver problemas y ejercicios	TF / PTF / EA1
Muestra habilidades para el trabajo en grupo aportando e integrando las aportaciones del resto de los integrantes del grupo	TF / PTF
Aplica las propiedades y reglas de las operaciones	ECPI / ECPG / EA1
Realiza estimaciones de las operaciones a realizar y juzga si los resultados obtenidos son razonables	ECPI / ECPG / TF
Conoce y maneja el Sistema Métrico Decimal	ECPI / ECPG / PTF

Identifica, en diferentes contextos, relaciones de proporcionalidad numérica y geométrica.	TF
Identifica figuras semejantes y calcula la razón de semejanza entre ellos.	TF
Realiza estimaciones ajustadas de las medidas a realizar	TF / EA1 /
Aplica las formulas pertinentes para calcular perímetros, área y volúmenes de las figuras más elementales	TF
Utiliza un vocabulario geométrico para describir informaciones relativas al espacio físico y resolver problemas	TF / PTF / EA2
Representa, reproduce y construye figuras planas y espaciales	TF
Lee y representa tablas de doble entrada	TF
Encuentra información de forma autónoma y valiéndose de diferentes recursos	TF
Es capaz de sintetizar la información y de presentarla de forma amena	TF / PTF

ECPI - Evaluación de conocimientos previos individual

ECPG - Evaluación de conocimientos previos de grupo

EA1- Evaluación actividad 1

TF - Trabajo final

PTF - Presentación al Grupo del Trabajo Final

Cuando hayáis terminado el cuestionario anterior recoger los resultados de todos los componentes y expresar mediante un portavoz aquellos apartados en los que os parece que tenéis más dificultades. Remarcar aquéllos en los que es necesario hacer hincapié para lograr el objetivo de poder expresar con facilidad cantidades muy grandes y muy pequeñas mediante potencias.

Contrato de trabajo:
Expresión en forma de potencia de diferentes medidas micro y macroscópicas y, en su caso, representación a escala de los astros en el suelo del aula o patio

Los componentes del grupo _____ del Centro _____ formado por:

Acordamos la siguiente distribución de tareas:

- **Coordinador:** _____ acordará el reparto de tareas con el resto de los componentes del grupo velando porque éstas se asignen en razón de los gustos y en proporción a las capacidades de los diferentes componentes.
- **Portavoz:** _____ será la voz del grupo en las puestas en común y en las presentaciones de los resultados.
- **Responsable del material:** _____ será el encargado de que todo el material (cuerdas, etiquetas...) de la actividad final esté disponible y se responsabilizara de su custodia.
- **Recopilador de información de Internet:** _____ se encargará de la búsqueda, organización y mantenimiento de los recursos de la red relacionados con este tema.

Nos comprometemos a cumplir con nuestras funciones y colaborar de forma constructiva con nuestras/os compañeras/os:

Firmado: en _____ a _____ de _____ de 20_____

Secretaria/o

La/El Portavoz

Coordinador/a

Profesor/a

Responsable
de material

Recopilador de
información
De Internet:

ACTIVIDAD 1: Repaso de potencias (2 sesiones)

Cada grupo realizará los ejercicios indicados por el profesor:

El concepto de potencia

En primaria aprendimos a sumar $2+3+4=9$ y a restar $7-5=2$.

Pero un tipo de suma especial $3+3+3+3+3+3+3$, en la que los sumandos son iguales, se podía expresar con otra operación, el producto, de la siguiente forma $3 \cdot 7 = 21$

Las tablas de multiplicar nos han permitido calcular $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ pero, nuevamente, un tipo de producto especial nos ha llevado a definir una nueva operación, la potencia:

$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 = 243$ en el caso de que los factores del producto sean todos iguales.

Las potencias de base positiva siempre dan resultados positivos pero las de base negativa pueden ser:

- Si el exponente es par el resultado es positivo. Ej.:
 $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16 \rightarrow POSITIVO$
- En cambio, al ser impar, el resultado será negativo: Ej.:
 $(-3)^5 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243 \rightarrow NEGATIVO$

1.- Calcula las siguientes potencias:

a) $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ b) $3^5 = \dots =$ c) $(-5)^3 = \dots =$

d) $10^3 = \dots =$ e) $10^5 = \dots =$

2.- Completa la tabla:

Potencia	Producto	Resultado	Base	Exponente
2^4	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	16	2	4
	$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$			
$(-6)^3$				
		64		
	$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot$			
		125		
10^3				

Propiedades de las potencias

Las potencias cumplen una serie de propiedades que vamos a repasar:

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$a^m : a^n = a^{m-n}$	$a^1 = a$ $a^0 = 1$	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$	$a^m : b^m = (a : b)^m$
---------------------------	-----------------------	------------------------	---------------------------	---------------------------------	-------------------------

7.- Señala si las expresiones de la siguiente tabla son ciertas o falsas:

Expresión	Cierta	Falsa
$5^1 = 5$		
$7.000.000 = 7 \cdot 10^6$		
Dos al cubo es ocho		
Tres al cuadrado es 8		
Diez mil es mil diez veces		
$2+2+2+2=4$		
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$		
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$		
$3^2 = 6$		
Mil veces mil es dos mil		

8.- Lee el siguiente texto de los Viajes de Gulliver (de Jonathan Swift) y trata de explicar la razón por la que asignan a Gulliver 1728 raciones de Liliputiense para su manutención. Ten en cuenta que Gulliver era 12 veces más alto que un liliputiense.

El lector habrá podido advertir

que en el último artículo dictado para el recobro de mi libertad estipula el

emperador que me sea suministrada una cantidad de comida y bebida bastante para el mantenimiento de 1.728 liliputienses. Pregunté algún tiempo después a un amigo mío de la corte cómo e les ocurrió fijar ese número precisamente, y me contestó que los matemáticos de Su Majestad, habiendo tomado la altura de mi cuerpo por medio de un cuadrante, y visto que excedía a los suyos en la proporción de doce a uno, dedujeron, tomando sus cuerpos como base, que el mío debía contener, por lo menos, mil setecientos veinticuatro de los suyos, y, por consiguiente, necesitaba tanta comida, como fuese necesaria para alimentar se número de liliputienses. Por donde puede el lector

formarse una idea del ingenio de aquel pueblo, así como de la prudente y exacta economía de tan gran príncipe.



Ejercicio 1 - Plantilla de autoevaluación individual (o de grupo)

- Señala qué apartados te han resultado más dificultosos en los ejercicios anteriores

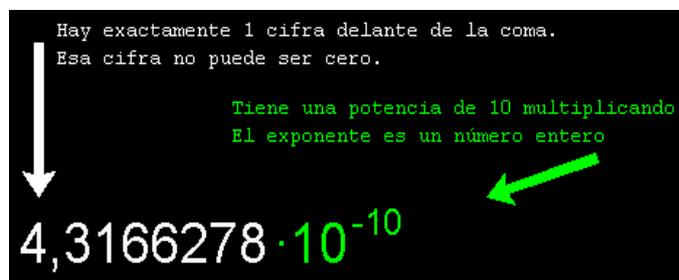
- Señala con una **X** los ejercicios que no podrías realizar sin dificultad y de forma autónoma :

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Tras cubrir el formulario de forma individual los componentes del grupo recogerán, a modo de resumen, los datos de todos los integrantes del grupo en una plantilla que presentaran al resto de los componentes de la clase.

ACTIVIDAD 2: Notación científica y Órdenes de magnitud (1 sesión)

La **notación científica** es un modo conciso de representar números mediante una técnica llamada coma flotante aplicada al sistema decimal. Para ello se utilizan las potencias de diez.



Escribir un número en notación científica es expresarlo como el producto de un número mayor o igual que 1 y menor que 10, y una potencia de 10. Escribiremos el primer dígito en el lugar de las unidades y el resto como decimales y multiplicaremos por la potencia de 10 adecuada.

Ejemplos:

- **un año luz** es 9.460₂000.000₁000.000 m es decir, en notación científica, $9,46 \cdot 10^{15}$ m y en la calculadora nos aparecerá así: 9.46E+15
- **la masa de un protón** $1,67 \cdot 10^{-27}$ kilogramos. En la calculadora será 1.67E-27 y su expresión decimal será 0,0000000000000000000000000000167

Como se ve esta notación es utilizada para representar números muy grandes o muy pequeños.

Puedes afianzar tus habilidades en expresar números grandes y pequeños en notación científica en Descartes y en Genmagic.



Descartes:

http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Potencias_mac/indice.htm

Genmagic: <http://www.genmagic.org/mates2/nc1c.swf>

El **orden de magnitud** de un número es el exponente de la potencia de 10 de su expresión en notación científica. Un año luz es de orden de magnitud 15 y la masa de un protón -27.

Su utilidad es que permiten captar de forma intuitiva el tamaño relativo de las cosas y la escala del universo.

Una persona es de orden de magnitud 1, una casa 2, un estadio 3...

Ejercicios de afianzamiento:

1. Expresa en notación científica e indica el orden de magnitud de las siguientes cantidades. Por último ordénalas de menor a mayor.

a) 300 000 000) -18 400 000 000	e) -7894,34	f) 456,987	h) -5,51
----------------	-------------------	-------------	------------	----------
2. Expresa en notación científica e indica el orden de magnitud de las siguientes cantidades. Por último ordénalas de menor a mayor.

a) 300 000 000	b) 0,000 000 1	c) 0,000 000 62	d) -18 400 000 000
----------------	----------------	-----------------	--------------------

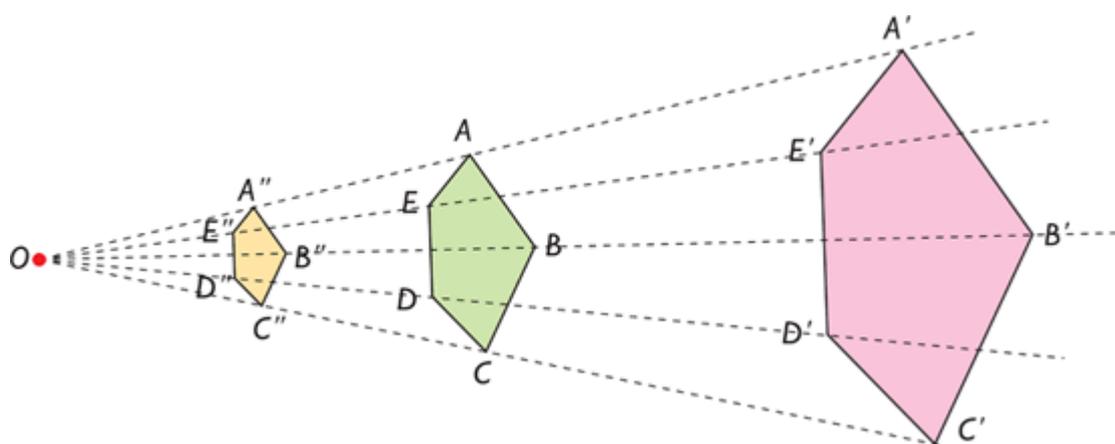
ACTIVIDAD 3: Proporcionalidad (1 sesión)

Al cociente entre dos cantidades le llamamos **razón** y dos razones iguales forman una **proporción**

Una persona bebe a **razón** de 3 litros al día. Por lo tanto cinco personas que se van de viaje deberán de llevar, en **proporción**, 15 litros para poder hidratarse.

La división de 3 entre 1 y la de 15 entre 5 ofrece un resultado de 3 lo que llamamos **constante de proporcionalidad**.

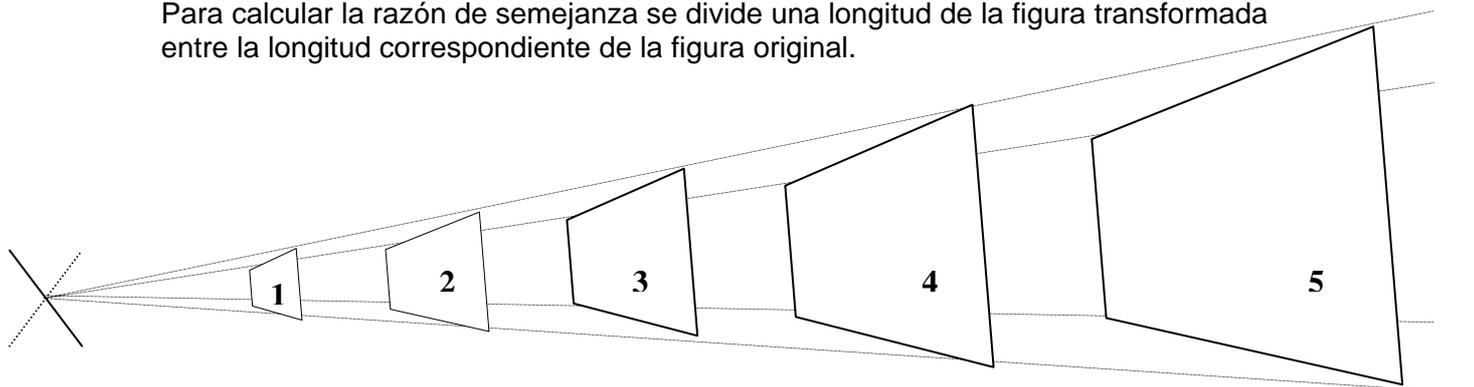
En geometría **dos figuras son semejantes si** sus dimensiones siguen una misma razón de proporcionalidad, como las del siguiente ejemplo:



Es decir, dos figuras son semejantes cuando tienen la misma forma y sus dimensiones son proporcionales.

Una **semejanza** transforma una figura en otra figura semejante, y a la razón de proporcionalidad que guardan sus dimensiones se le llama **razón de semejanza**.

Para calcular la razón de semejanza se divide una longitud de la figura transformada entre la longitud correspondiente de la figura original.

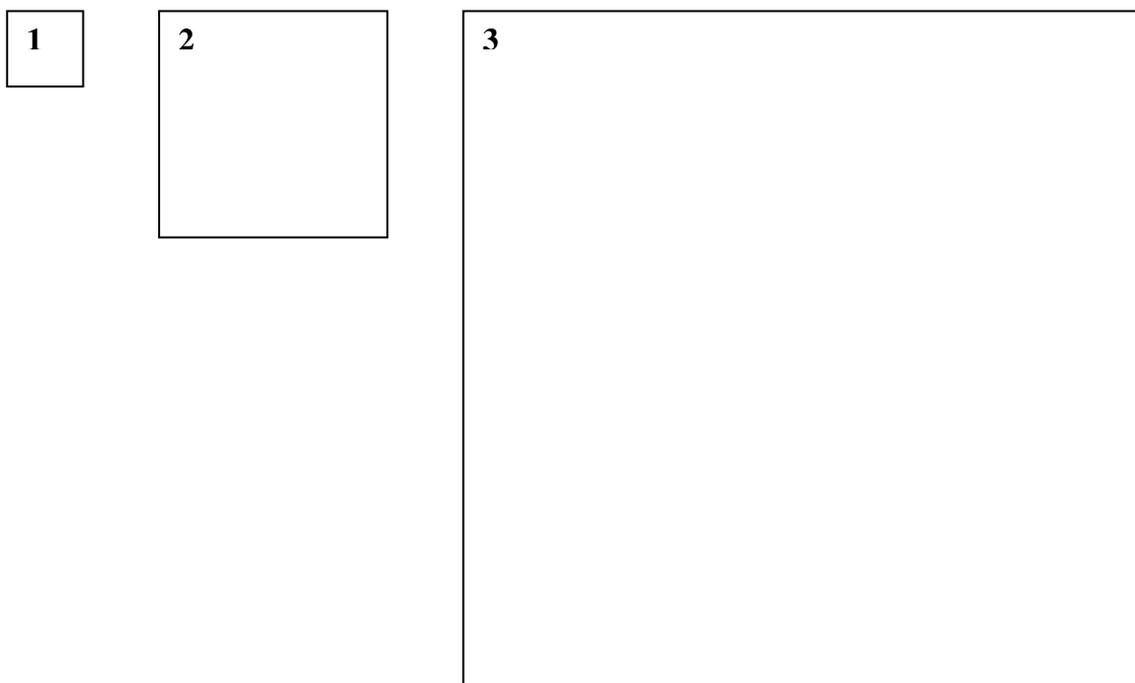


En la anterior figura, de izquierda a derecha, se representan los cuadrados de 1m, 10m, 100m, 1000m y 10000m de lado.

Completemos la tabla con sus dimensiones:

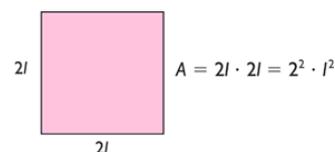
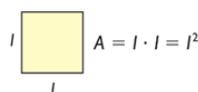
Cuadrado número	Longitud del lado del cuadrado (m)	Área del cuadrado (m^2)		Volumen del cubo (m^3)	
1	1	$1 \cdot 1 = 1$	10^0	$1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$	10^0
2	10	$10 \cdot 10 = 100$	10^2		
3	100			$100 \cdot 100 \cdot 100 = 1000000$	10^6
4	1000				
5	10000				

- ¿Los cuadrados son semejantes? ¿Por qué?
- ¿Cuál es la razón de semejanza entre los lados del cuadrado 1 y el 2? ¿Y entre el 2 y el 3? ¿Y entre el 3 y el 4? Por tanto, ¿cuál es la razón de proporcionalidad entre los lados de dos cuadrados sucesivos?
- ¿Cual es la razón de proporcionalidad entre los lados de los siguientes cuadrados?



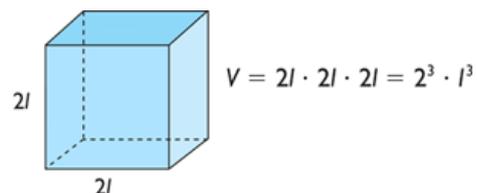
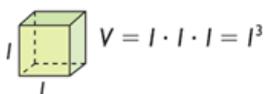
Semejanza en áreas y volúmenes

Áreas proporcionales: si dos figuras planas son semejantes, con razón de semejanza r , sus áreas serán proporcionales y la razón de la proporción es r^2 .

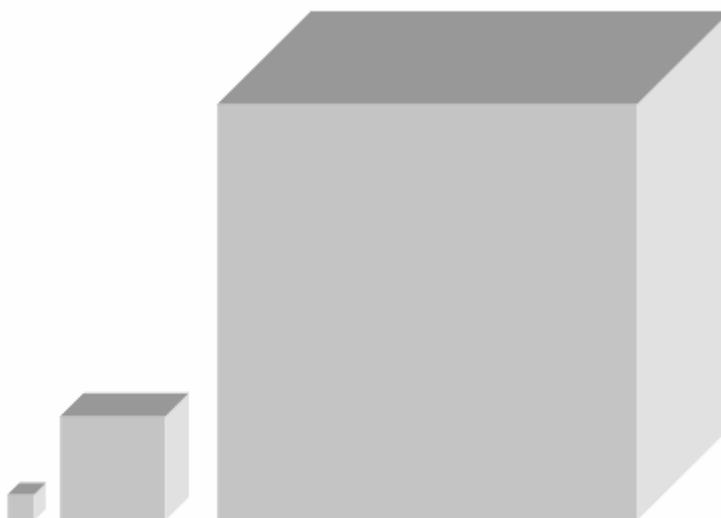


Volúmenes proporcionales:

si dos cuerpos son semejantes, con razón de semejanza r , sus volúmenes serán proporcionales, con razón de la proporción r^3 .



4. ¿Cual es la razón de semejanza entre las superficies de los cuadrados 1 y 2? ¿Y entre el 2 y el 3? ¿Y entre el 3 y el 4? Por tanto, ¿cuál es la razón de proporcionalidad entre las superficies de dos cuadrados sucesivos?
5. ¿Cual es la razón de proporcionalidad entre las superficies de los cuadrados anteriores del ejercicio 3?
6. ¿Cual es la razón de semejanza entre los volúmenes de los cubos cuyas caras son los cuadrados 1 y 2? ¿Y entre el 2 y el 3? ¿Y entre el 3 y el 4? Por tanto, ¿cuál es la razón de proporcionalidad entre los volúmenes de dos cubos sucesivos?
7. ¿Cuál es la razón de proporcionalidad entre los volúmenes de los siguientes cubos?



ACTIVIDAD 4 : Magnitudes y cambio de unidades (1 sesión)

Llamamos magnitudes a las propiedades físicas que se pueden medir.

Medir es comparar la magnitud de un objeto con la de otro tomado como referencia y denominado patrón.

- Para medir longitudes tomamos como referencia el **metro**
- En el caso de los pesos el patrón es el **gramo**
- Los volúmenes se referencian al patrón **litro**

Los **múltiplos** de esas unidades se expresan con los prefijos deca (da, 10), hecto (h, 100), kilo (k, 1000)...

Los **submúltiplos** de esas unidades se expresan con los prefijos deci (d, 10), hecto (h, 100), kilo (k, 1000)...

En la página anterior se puede ver una representación gráfica de los múltiplos y submúltiplos más habituales que también se recogen en la siguiente tabla:

10^n	Prefijo	Símbolo	Escala	Equivalencia Decimal en los Prefijos del SI
10^6	mega	M	Millón	1 000 000
10^3	kilo	k	Mil	1 000
10^2	hecto	h	Centena	100
10^1	deca	da / D	Decena	10
10^0	ninguno		Unidad	1
10^{-1}	deci	d	Décimo	0.1
10^{-2}	centi	c	Centésimo	0.01
10^{-3}	mili	m	Milésimo	0.001
10^{-6}	micro	μ	Millonésimo	0.000 001

Ejercicios sobre cambios de unidades:

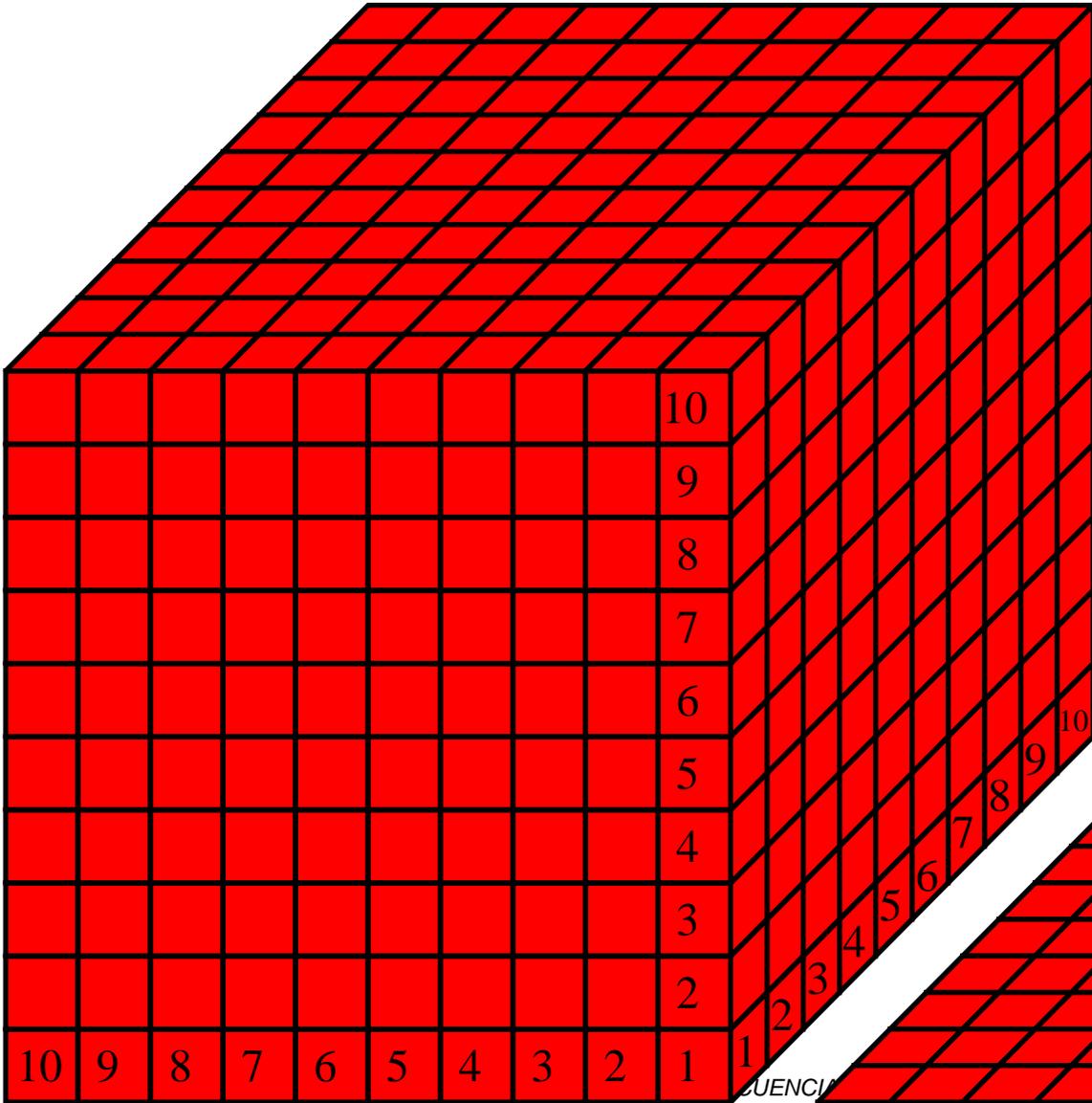
1. Señala entre las siguientes propiedades las que son magnitudes físicas: la presión atmosférica, la altura, la duración de una clase, el interés de un tema de actualidad, el volumen de un recipiente, la amistad entre dos compañeros, la intensidad de una tormenta.

2. Completa:

$$\begin{array}{l}
 1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 10^2 \text{ cm} = \dots \text{ mm} \\
 1 \text{ m}^2 = 10^2 \text{ dm}^2 = 10^4 \text{ cm}^2 = \dots \text{ mm}^2 \\
 1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3 = \dots \text{ mm}^3
 \end{array}$$

3. Transforma:
- | | | |
|---------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| a) 7 cm^2 a mm^2 | b) $2,4 \text{ m}^3$ a dm^3 | c) 3 dm^2 a m^2 |
| d) $0,9 \text{ cm}^3$ a mm^3 | e) 5 km^2 a cm^2 | f) 2 mm^3 a dm^3 |

kilo - hecto - deca - $\begin{cases} g \text{ (gramo)} \\ l \text{ (litro)} \\ m \text{ (metro)} \end{cases}$ - deci - centi - mili



$10 \times 10 \times 10 = 1000 = \text{kilo} = \mathbf{k}$

1

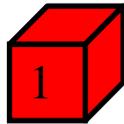
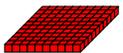
$\frac{1}{1000} = 0,001 = \text{mili} = \mathbf{m}$



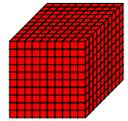
$\frac{1}{100} = 0,01 = \text{centi} = \mathbf{c}$



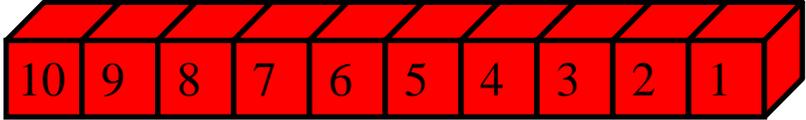
$\frac{1}{10} = 0,1 = \text{deci} = \mathbf{d}$



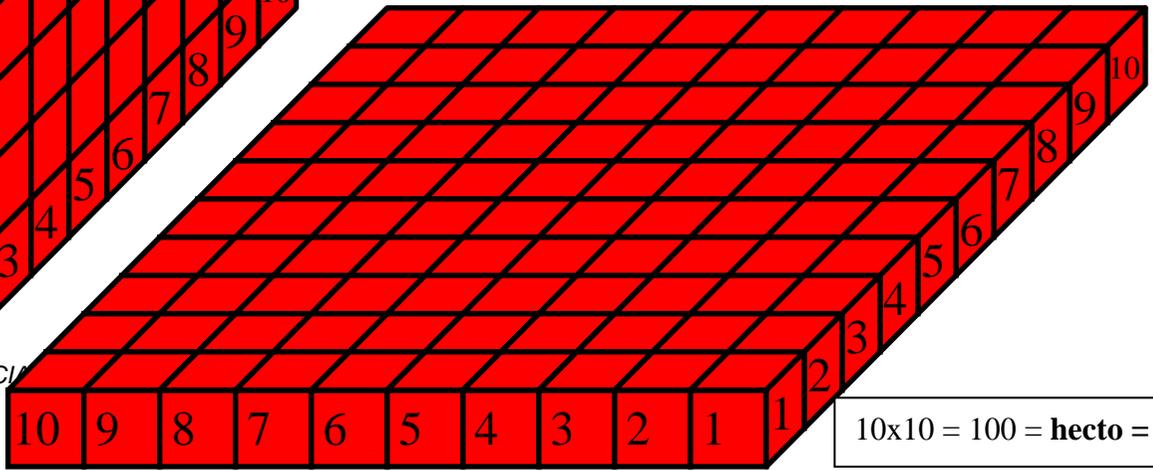
=



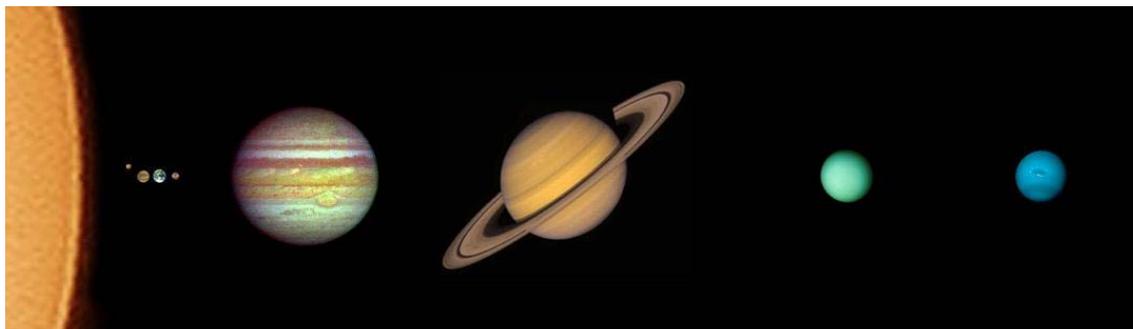
$\begin{cases} g \text{ (gramo)} \\ l \text{ (litro)} \\ m \text{ (metro)} \end{cases}$ 1



$10 = \text{deca} = \mathbf{da}$



$10 \times 10 = 100 = \text{hecto} = \mathbf{h}$

ACTIVIDAD 5: Utilización de la notación científica y las potencias para expresar diferentes valores del sistema solar (2 sesiones)


En la actividad final deberéis de emplear muchos de los conceptos y herramientas que habéis trabajado a lo largo de la secuencia y consistirá en hallar en Internet los valores de los astros del sistema solar (radios y distancias respecto del sol, en gris) y realizar cálculos de distancias y volúmenes utilizando la notación científica y las potencias de exponente natural.

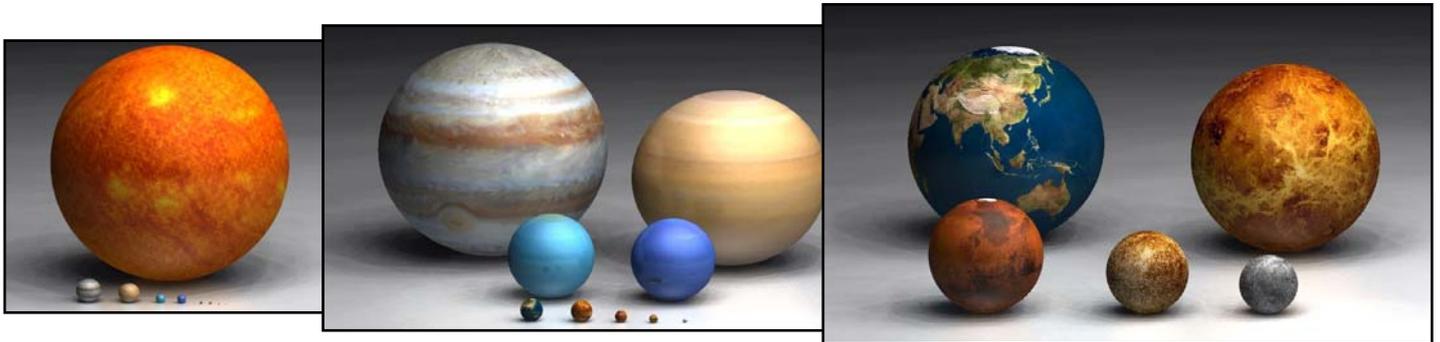
1.- Habréis de completar la siguiente tabla:

	Distancia al Sol ($\times 10^6$ Km) Obtén los datos de Internet	Distancia al Sol en m y en notación científica	Diámetro ecuatorial (km) Obtén los datos de Internet	Diámetro ecuatorial en m y en notación científica	Volumen del astro en m^3 y notación científica $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$
El Sol	0		1.390,000	$1,39 \times 10^9$ m	$1,1249 \times 10^{28} m^3$
Mercurio	57,9	$5,79 \times 10^{10}$ m	4.878		
Venus					
Tierra					
Marte					
Júpiter					
Saturno					
Urano					
Neptuno	4.488,4		49.538		

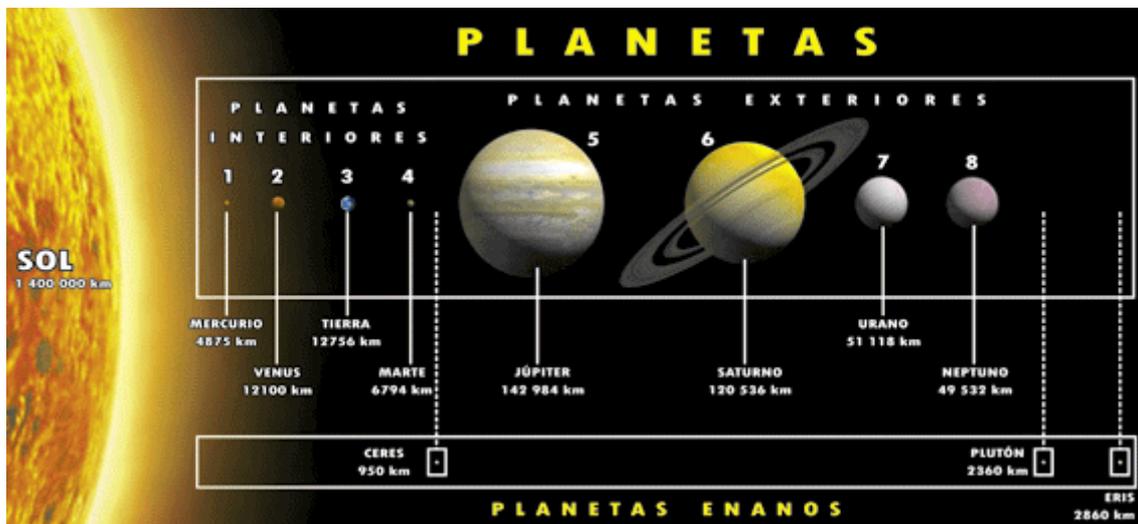
Para completa la tabla habréis de:

1. Encontrar los datos de la columnas de fondo gris en Internet, es decir, la distancia al sol y el diámetro ecuatorial de los astros que componen el Sistema Solar.
2. Realizar los cálculos pertinentes para completar las otras columnas de la tabla expresando el resultado en notación científica y reparando en los exponentes de las potencias de diez que nos indicarán el orden de magnitud en el que nos movemos.

2.- Una posible actividad de ampliación sería representar a escala, los diferentes astros en el suelo del aula basándose en sus diámetros ecuatoriales y utilizando cuerda para marcar su silueta.



Las imágenes anteriores ofrecen, respectivamente, una imagen relativa de el sol respecto a los planetas, los planetas mayores que la Tierra y, por último, los de menor tamaño.



3.- Tras representar a escala los tamaños del sol y de los planetas trata de realizar una descripción de lo obtenido en vuestro caso tomando como ejemplo la siguiente:

Descripción de los astros del Sistema Solar:

Si **La Tierra** es una pelota de baloncesto de 5 kilos de peso y localizada a 30 metros del Sol: **Mercurio** es una pelota de béisbol de 250 gramos a 12 metros del Sol, **Venus** una pelota de baloncesto de 4 kilos a 21 metros del So, **Marte** es una fruta de 30 gramos a 45 metros del Sol, **Júpiter** es un camión de 6 metros a 150 metros del Sol, **Saturno** es un pequeño coche a 300 metros del sol, **Urano** es un sofá de 75 kilos a 600 metros del Sol y **Neptuno** es un poco más pesado que Urano, pero a más de 800 metros del Sol.