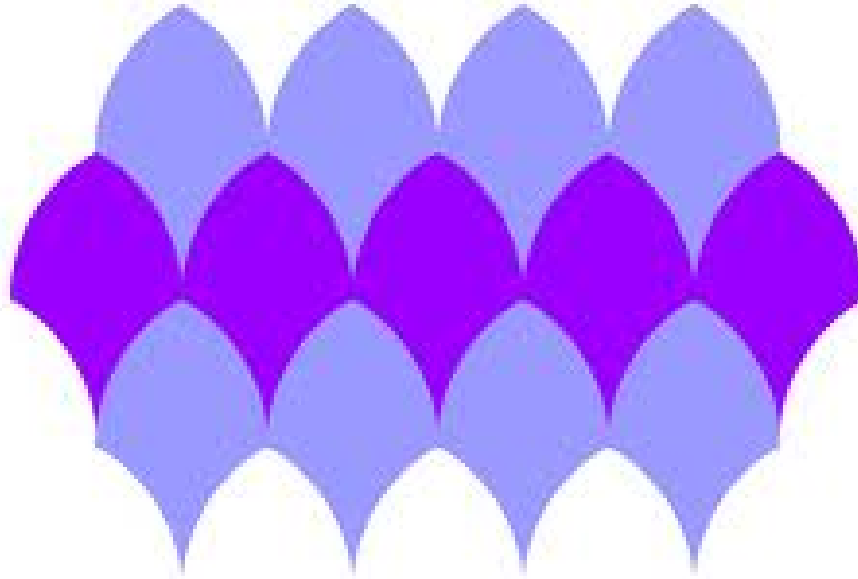




# LA BELLEZA DE LOS MOSAICOS



**Matemáticas**

**Curso: 3º ESO**

## **Presentación**

En esta secuencia didáctica vais a realizar un recorrido didáctico por lo más relevante de los mosaicos: construcción, clasificación, diseño,.. Nos apoyaremos en una serie de transformaciones geométricas de cara a profundizar en la construcción y diseños de diferentes mosaicos y así poder realizar una serie de actividades finales consistentes en la elaboración de una serie de paneles en los que se expongan los trabajos del alumnado.

Los alumnos podrán experimentar la relación existente entre las Matemáticas, la Cultura y el Arte, utilizando para ello tanto los recursos TIC, como sus conocimientos de geometría con el objetivo de poder comprender y disfrutar de los diferentes tipos de mosaicos que existen en las variadas representaciones artísticas y culturales.

Para ello vais a organizaros en grupos de tres o cuatro personas

## ESQUEMA DE TRABAJO

**Tema:** LA BELLEZA DE LAS TEXTURAS

**Áreas implicadas:** Matemáticas – 3<sup>er</sup> curso de la ESO

**Nº de sesiones:** 8

### Contextualización de la propuesta:

1.- Intencionalidad y justificación de la Secuencia didáctica:

En los nuevos diseños curriculares hay una constante preocupación orientada a que los alumnos y las alumnas vayan adquiriendo las competencias necesarias para desenvolverse como ciudadanos capaces de ejercer sus derechos y deberes en una sociedad cada más compleja y que incorpora cada vez más a su funcionamiento, a sus actividades y a sus lenguajes ciertos aspectos matemáticos.

La unidad que presentamos se centra en aspectos culturales y artísticos recurriendo a una serie de conocimientos matemáticos. La unidad se centra casi exclusivamente en aspectos geométricos como son la clasificación, descripción y análisis de relaciones y propiedades de las figuras en el plano, empleando en algunos casos los movimientos en el plano para diseñar y construir nuevas figuras. El centro de interés es el estudio de mosaicos y sus diferentes configuraciones. A través de la unidad el alumno tendrá variadas oportunidades para conectar los contenidos geométricos con su entorno, tanto para construir, dibujar, y hacer modelos de tipo geométrico, como para diseñar de modelos geométricos fomentando la creatividad.

El estudio de la geometría vista desde ésta perspectiva permitirá desarrollar una serie de capacidades y acceder a una serie de conocimientos que faciliten una actitud positiva hacia el aprendizaje de la geometría en particular y de las matemáticas en general. Además, los alumnos podrán experimentar la relación existente entre las Matemáticas, la cultura y el arte, utilizando tanto los recursos TIC, como sus conocimientos de geometría y de esta manera poder comprender y disfrutar de los diferentes tipos de mosaicos que existen en las variadas representaciones artísticas.

En toda la secuencia el protagonismo es el alumnado. Si bien, la labor del profesor es esencial para guiar y ayudar en la secuencia de actividades. Algunas actividades son de pequeño grupo y otras de un grupo más general, para llevarlas a cabo es preciso un proceso previo de reflexión y elaboración personal.

### Esta secuencia didáctica pretende:

- Desarrollar la capacidad de interpretar, analizar y usar la información.
- Ayudar a los alumnos y alumnas a comprender y utilizar distintas manifestaciones artísticas.
- Apreciar la belleza y armonía de las distintas configuraciones realizadas con mosaicos.
- Crear un ambiente de clase que anime a los alumnos a presentar sus creaciones artísticas.
- Desarrollar un trabajo interdisciplinar entre los alumnos, de cara a potenciar la competencia matemática y la relación con las otras competencias del currículo, en especial con la competencia cultural y artística.

Desde un punto de vista general, trabajar la competencia cultural y artística supone conocer, comprender, apreciar y valorar críticamente las manifestaciones culturales, emplear recursos propios de la expresión artística y manifestar interés por la participación en la vida cultural, el desarrollo de la propia capacidad estética y creadora, así como contribuir en la conservación del patrimonio cultural y artístico de la propia comunidad y de otras comunidades

Como sabemos: los aspectos más destacados de la competencia cultural y artística pivotan en los siguientes aspectos:

- Conocer, comprender, apreciar y valorar críticamente diferentes manifestaciones culturales y artísticas,
- Utilizar las manifestaciones culturales y artísticas como fuente de enriquecimiento y disfrute y considerarlas como parte del patrimonio de los pueblos.
- Apreciar el hecho cultural en general, y el hecho artístico en particular,
- Poner en juego habilidades de pensamiento divergente y convergente
- Reelaborar ideas y sentimientos propios y ajenos;
- Encontrar fuentes, formas y cauces de comprensión y expresión;
- Disponer de habilidades de cooperación para contribuir a la consecución de un resultado final,
- Tener conciencia de la importancia de apoyar y apreciar las iniciativas y contribuciones ajenas.
- Conocimiento básico de las principales técnicas, recursos y convenciones de los diferentes lenguajes artísticos, así como de las obras y manifestaciones más destacadas del patrimonio cultural.
- Identificar las relaciones existentes entre esas manifestaciones y la sociedad - la mentalidad y las posibilidades técnicas de la época en que se crean-, o con la persona o colectividad que las crea.
- Apreciar y disfrutar con el arte y otras manifestaciones culturales,

### Nivel al que va destinada

Esta secuencia didáctica va destinada a los alumnos y alumnas de la Enseñanza Secundaria Obligatoria, concretamente en el Tercer Curso. Se trata de una Unidad pensada para desarrollarla en ocho sesiones, de aproximadamente una hora cada sesión.

### Competencias básicas trabajadas:

	Actividades
1) Competencia en cultura científica, tecnológica y de la salud:	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Analizar la información para comprender y analizar las diversas situaciones para poder emitir informaciones más ajustadas.</li> <li>- Distribuir un proceso en fases, tareas y responsables.</li> <li>- Usar la observación y experimentación.</li> <li>- Saber presentar la tarea de forma clara y ordenada.</li> <li>- Implicarse en la toma de decisiones</li> <li>- Trabajar la modelización matemática en un contexto de gran interés cultural y artístico para interpretar mejor la realidad.</li> </ul>	19, 20, 21
2) Competencia para aprender a aprender:	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Desarrollar la autonomía personal, el esfuerzo y la constancia para poder abordar problemas variados y de creciente y variada complejidad.</li> <li>- Habilitar una mirada crítica al tiempo que integramos las opiniones de los compañeros para ser capaces de expresar con</li> </ul>	1, 2, 7, 8, 18

<p>eficacia nuestras conclusiones.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Saber buscar, estructurar y organizar la información.</li> <li>- Consolidar la adquisición de las destrezas que permiten resolver problemas.</li> <li>- Ser consciente de lo que se sabe, de lo que no se sabe y de cómo se aprende.</li> <li>- Comunicar eficazmente los resultados obtenidos.</li> <li>- Valorar de forma realista los resultados desde el esfuerzo realizado.</li> <li>- Estar motivado para emprender nuevos aprendizajes.</li> </ul>	
<p>3) Competencia matemática:</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comprender el enunciado de los problemas.</li> <li>- Resolver problemas, revisando y corrigiendo los cálculos.</li> <li>- Describir e interpretar los resultados.</li> <li>- Usar un vocabulario adecuado.</li> <li>- Comparar y medir figuras geométricas.</li> <li>- Comprobar relaciones entre figuras.</li> <li>- Utilizar herramientas matemáticas para obtener conclusiones y tomar decisiones con confianza.</li> <li>- Poner énfasis en la funcionalidad para comprender mejor el mundo y valerse de las estrategias de la resolución de problemas en los diferentes ámbitos de la vida.</li> </ul>	4, 5, 6, 7, 8, 9, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21
<p>4) Competencia en comunicación lingüística:</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Desarrollar las destrezas comunicativas, tanto escuchando las explicaciones de los demás como formulando las propias de forma oral y escrita utilizando la terminología adecuada.</li> <li>- Comunicar las conclusiones obtenidas utilizando expresiones precisas y adecuadas al nivel de exigencia.</li> <li>- Comprender globalmente un texto (Identificar las ideas principales y secundarias de un texto.- Identificar detalles, datos)</li> <li>- Valorar el interés y relevancia del contenido.</li> <li>- Responder a preguntas relacionadas con un texto.</li> </ul>	1,10,11, 19
<p>5) Competencia en el tratamiento de la información y competencia digital:</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilizar destrezas en el uso de, su comparación para entender mejor las diversas informaciones.</li> <li>- Utilizar programas y asistentes matemáticos para la comprensión, representación y resolución de problemas de carácter geométrico.</li> </ul>	2, 18, 1
<p>6) Competencia social y ciudadana:</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Trabajar en equipo, aceptar otros puntos de vista y ponerse en el lugar del otro para saber adoptar la mejor estrategia en la resolución de problemas.</li> <li>- Hacerse una mejor idea de las dimensiones de los problemas de tipo cultural y artístico para poder madurar opiniones y colaborar en decisiones fundamentadas.</li> </ul>	1, 2, 19,
<p>7) Competencia en cultura humanística y artística:</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Apreciar la contribución de la matemática al desarrollo cultural y artístico.</li> <li>- Describir y analizar el contenido de la obra artística.</li> <li>- Identificar y describir manifestaciones culturales.</li> <li>- Disfrutar la expresión artística.</li> </ul>	1, 2, 8, 19

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Seleccionar y usar códigos artísticos.</li> <li>- Diseñar y definir un proyecto artístico.</li> <li>- Mostrar originalidad o inventiva en la presentación de tareas.</li> </ul>	
8) Competencia para la autonomía e iniciativa personal:	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comprender y analizar la descripción de nuestro mundo e integrarla en nuestra propia visión.</li> <li>- Saber afrontar situaciones abiertas desde la autonomía personal y sabiendo requerir colaboración y consejo, argumentando los puntos de vista e iniciativas personales.</li> </ul>	1, 2, 18, 19, 20

### Objetivos didácticos:

1. Reforzar y aplicar los conocimientos básicos de geometría plana.
2. Reconocer un mosaico y sus propiedades.
3. Conocer los diferentes tipos de mosaicos e identificar los tres únicos mosaicos regulares.
4. Potenciar la curiosidad y el interés por las formas geométricas de nuestro entorno.
5. Construir mosaicos utilizando como recurso el programa Geogebra.
6. Investigar distintos tipos de mosaicos y profundizar especialmente en los mosaicos de M. Escher.
7. Realizar representaciones gráficas en el plano, utilizando las propiedades más importantes de las figuras.
8. Resolver problemas de tipo geométrico aplicando los conocimientos derivados de las transformaciones geométricas
9. Utilizar el conocimiento geométrico para organizar, interpretar y comprender diversas situaciones de la realidad.
10. Comprender e interpretar distintas formas de expresión matemática, especialmente de tipo geométrico, e incorporarlas al lenguaje y a los modos de argumentación habituales.
11. Reconocer, plantear y resolver situaciones en las que existan problemas susceptibles de ser formulados en términos matemáticos y analizar resultados utilizando recursos apropiados.
12. Valorar y utilizar sistemáticamente conductas asociadas a la actividad matemática, tales como curiosidad, perseverancia y confianza en las propias capacidades, orden o revisión sistemática. Asimismo integrarse en el trabajo en grupo, respetando y valorando las opiniones ajenas como fuente de aprendizaje y colaborando en el logro de un objetivo común.

### Contenidos:

#### Conceptuales

- Los polígonos
- Elementos básicos en geometría
- Ángulos y su medida
- Tipos de Transformaciones geométricas
- Mosaicos y teselas
- 

#### Procedimentales

- Cálculo de los ángulos de un polígono
- Representación de mosaicos en el plano
- Dibujo de polígonos y mosaicos mediante Geogebra
- Aplicación de las isometrías al dibujo de mosaicos.
- 

#### Actitudinales

- Esfuerzo del trabajo personal, mostrando una actitud responsable en las tareas.
- Precisión en la utilización del lenguaje matemático, especialmente el geométrico, como medio para plasmar unas ideas
- Valoración del trabajo realizado.

#### **Secuencia de Actividades:**

- a) Planificación
  - Las correspondientes a las cuatro primeras actividades: 1 a 3
- b) Adquisición de destrezas y conocimientos
  - Las correspondientes a las actividades: 4 a 17
  - Consolidación y cierre
  - Las correspondientes a las actividades: 17 a 23

#### **Propuesta de actividades:**

La secuencia didáctica está dividida en tres tipos de actividades:

- Actividades iniciales
- Actividades para la adquisición de nuevas destrezas y conocimientos
- Actividades de consolidación y cierre de la Unidad

#### **Actividades iniciales**

Las primeras actividades son el inicio de la unidad, mediante ellas queremos sondear los conocimientos que tienen los alumnos y las alumnas respecto a los contenidos que se van a tratar, así como los preconceptos sobre estos contenidos; también queremos darle una serie de informaciones claves que le servirán para avanzar en la unidad.

*Es conveniente presentar las actividades, en primer lugar de manera individual para posteriormente discutirlos en pequeño grupo (dos o tres alumnos) y acabar en gran grupo, incidiendo en aquellos aspectos que se consideren más relevantes. Debe quedar claro qué es un mosaico y la diferencia que existe con una tesela. El profesor debe guiar el debate y hacer hincapié en los aspectos que él considere más relevantes.*

*La mayoría de las actividades iniciales son informativas; se les pide a los alumnos que tengan ideas claras sobre los aspectos tratados.*

#### **Actividades para la adquisición de nuevas destrezas y conocimientos**

El objetivo de estas actividades es avanzar un poco más en la unidad y trabajar los contenidos esenciales de la misma. Se propondrán distintos tipos de actividades: de aplicación, refuerzo, profundización e investigación,

*La unidad didáctica está pensada para que su puesta en práctica favorezca un aprendizaje activo y que por tanto pivote en la actividad del propio alumno. Las actividades presentadas constituyen propuestas de trabajo, en las que el alumno y la alumna son los principales actores; mientras que el papel del profesor es más el de orientar, ayudar y resolver dudas, que con toda seguridad se irán presentando a lo largo de la unidad.*

En las primeras actividades se recuerdan y repasan contenidos ya tratados en cursos anteriores, posteriormente se les pide a los alumnos que apliquen una serie de conceptos y procedimientos básicos de cara a dibujar mosaicos de manera libre. Siguen una serie de actividades de reconocimiento e identificación de mosaicos como preámbulo para profundizar en los distintos tipos de mosaicos. La parte final está dedicada al

estudio de las isometrías y su aplicación al dibujo de mosaicos.

### ***Actividades de consolidación y cierre de la Unidad***

Los objetivos de estas actividades son, por una parte consolidar los contenidos tratados, así como profundizar, e investigar en los mismos desde distintas perspectivas y por otra presentar los trabajos realizados por los alumnos, cerrando la unidad con una actividad de auto evaluación.

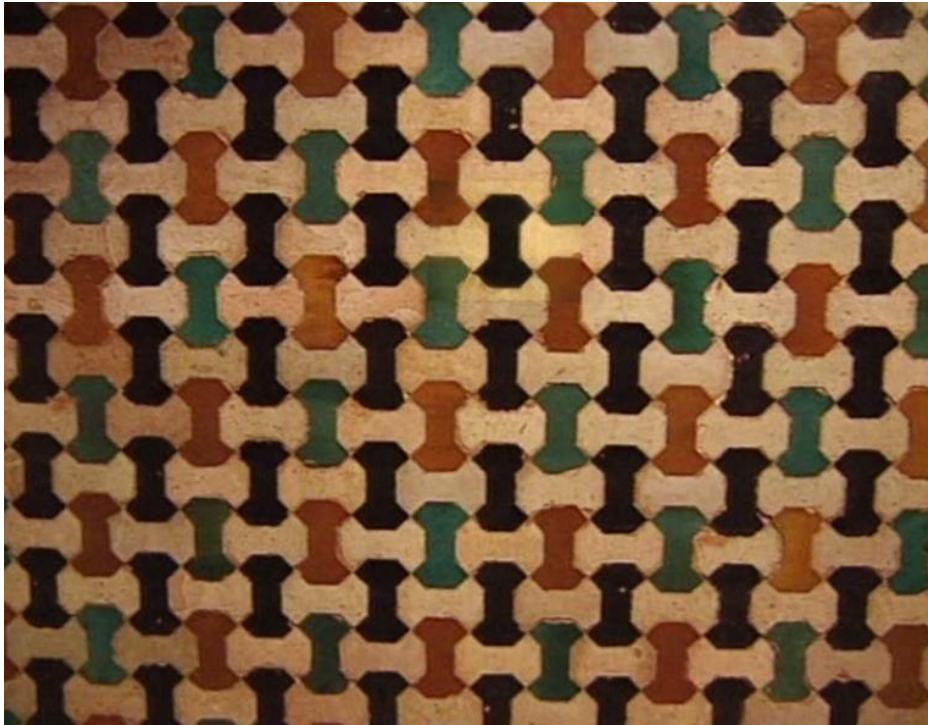
### **Evaluación:**

#### *Criterios de evaluación:*

- Comprende globalmente un texto, identificando las ideas principales y secundarias.
- Responde a preguntas relacionadas con un texto, valorando el interés y relevancia del contenido
- Sabe presentar la tarea de forma clara y ordenada
- Comprende el enunciado de los problemas, resolviendo, revisando y corrigiendo los cálculos.
- Compara y mide y analiza las diversas figuras geométricas
- Representa mediante esquemas y dibujos las figuras requeridas
- Comprueba relaciones entre figuras.
- Usa la observación y experimentación
- Usa Internet como fuente de información, estructurando la información obtenida.
- Usa los asistentes gráficos adecuados, especialmente Geogebra de cara a realizar representaciones de mosaicos.
- Colabora en las tareas de grupo y se implica en la toma de decisiones
- Muestra una actitud flexible y dialogante en situaciones problemáticas o para aceptar cambios.
- Identifica y describe las diversas manifestaciones culturales y artísticas
- Disfruta la expresión artística.
- Muestra originalidad o inventiva en la presentación de tareas.
- Está motivado para emprender nuevos aprendizajes
- Revisa el trabajo realizado.
- Autoevalúa el proceso y el resultado



## LA BELLEZA DE LOS MOSAICOS



- Esta foto corresponde a uno de los mosaicos de La Alhambra (Granada).
- ¿Has visto dibujos parecidos? ¿Dónde?
- ¿Qué te llama la atención de la foto?

### Introducción:

A lo largo de la historia se han utilizado todo tipo de motivos geométricos con fines decorativos, para decorar puertas, vasijas, ventanas, azulejos, suelos.

En esta unidad nos vamos a limitar al estudio de la ornamentación de muros y suelos. Nos interesa el estudio de propiedades geométricas desde un punto de vista ornamental.

Las decoraciones que vamos a estudiar han sido realizadas mediante **mosaicos**.

“ El mosaico es una obra decorativa practicada desde la antigüedad. Muchos de ellos son considerados grandes obras de arte. Se forman por piezas pequeñas de rocas como mármol, otras piedras, pasta de vidrio, cerámica esmaltada, etc. Todas esas

pequeñas piezas, de diversos colores y formas, son dispuestas de maneras diversas, logrando importantes efectos decorativos, que pueden ser en pequeños formatos o en grandes superficies como pavimentos, muros, cúpulas, etc.

Se sabe que los primeros mosaicos se realizaron en Uruk, una ciudad mesopotámica, unos cuatro mil años antes de Cristo. Mayor importancia tuvieron en Grecia, desde el siglo IV a. C., donde se crearon mosaicos de guijarros en blanco y negro y también en colores. Más tarde, en el siglo II a. C. se introdujeron en Roma, en donde se utilizaban pequeños fragmentos de piedra tallados en forma de cubos. Destacaron los mosaicos de mármol, a los que también se añadían pedazos de barro cocido esmaltado, fragmentos de vidrio, e incluso, algunas veces, piedras como ágatas, malaquita, cornalina y lapislázuli. Con el tiempo, se utilizaron mucho más los vidrios de colores”

Si quieres profundizar un poco más en la historia de los mosaicos consulta la siguiente información: <http://es.wikipedia.org/wiki/Mosaico>

## Actividades iniciales

En las siguientes actividades vamos a conocer qué es un mosaico, y una tesela

### Actividad 1.

Para comenzar lee las siguientes definiciones

#### ¿Qué es un mosaico?

***Se llama mosaico a todo recubrimiento del plano mediante piezas llamadas teselas (o más habitualmente losetas o baldosas) que no pueden superponerse, y que rellenan todo el plano.***

La **tesela** es una pequeña pieza de piedra, terracota o vidrio coloreado o no y que se utiliza para confeccionar un mosaico. La palabra proviene del latín *tessella* que, a su vez, procede del término griego τεσσερες.

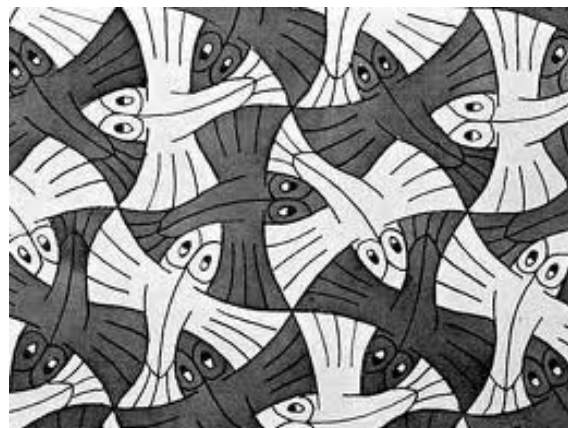
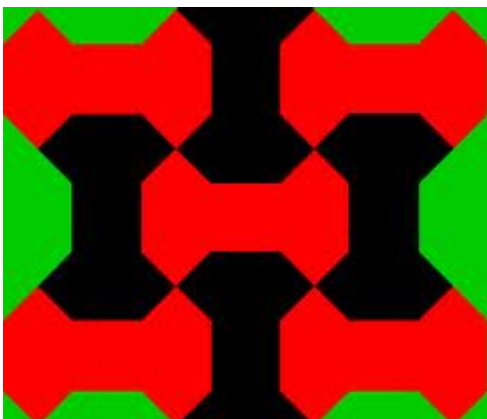
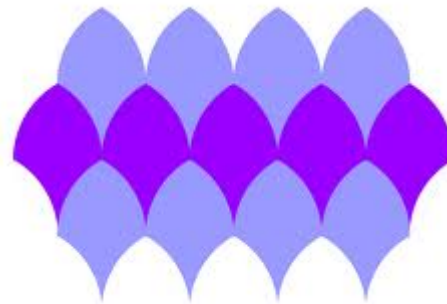
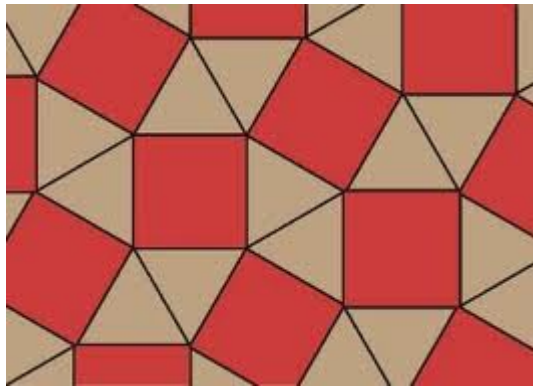
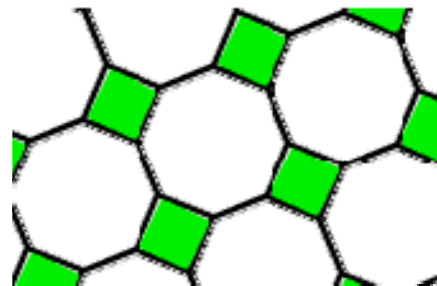
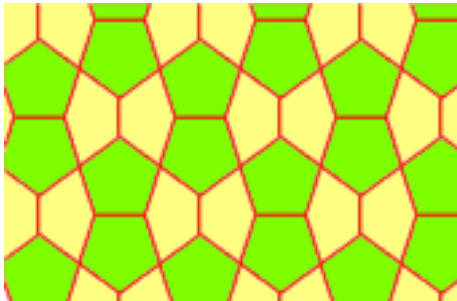
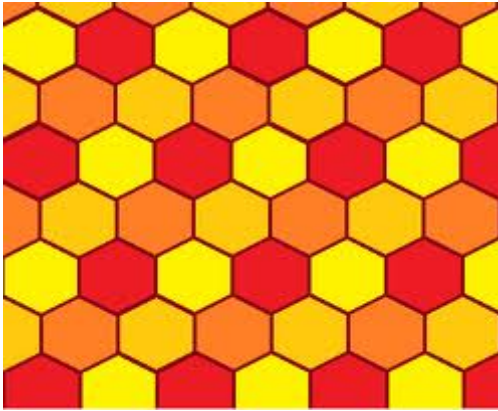
Utilizando otras palabras podemos decir que :

*“Hacer un mosaico es embaldosar una superficie plana y las teselas son las baldosas a utilizar”*

- Explica la diferencia entre un mosaico y una tesela
- ¿Cuántos tipos de teselas crees que puede haber?

**Actividad 2:**

Aquí tienes ejemplos de algunos mosaicos:



- Trata de identificar en cada caso las teselas correspondientes.

Como puedes imaginarte existe un número ilimitado de formas de recubrir el plano, unas son bastante conocidas: Cuadrados, triángulos, etc. y otras más complejas, que estudiaremos en la unidad.

### Actividad 3:

- Encuentra en Internet distintos tipos de mosaicos y coméntalos en grupo. Trata de describir la belleza de los mismos, las regularidades encontradas, etc.

## Actividades para la adquisición de nuevas destrezas y conocimientos

### Actividad 4: Conociendo los polígonos regulares.

Rellena la siguiente tabla.

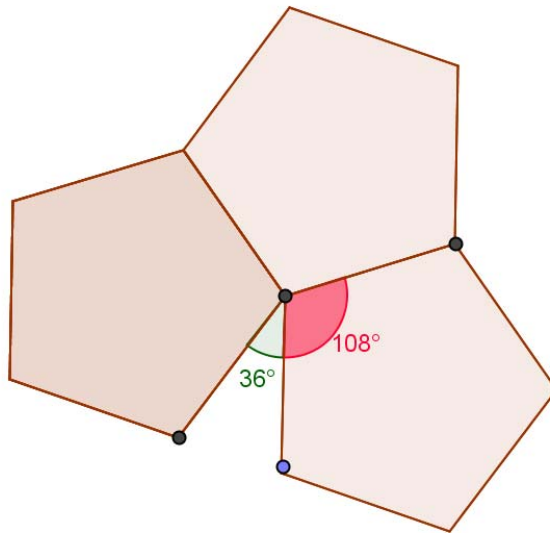
nºLados del Polígono regular	Ángulo central	Ángulo interior
3	120°	60°
4	90°	
5	72°	
6		
8		
9		
10		
12		

**Actividad 5:**

Estudia con detalle la suma de los ángulos, al coincidir en un mismo punto distintos tipos de polígonos regulares, con la intención de rellenar el plano.

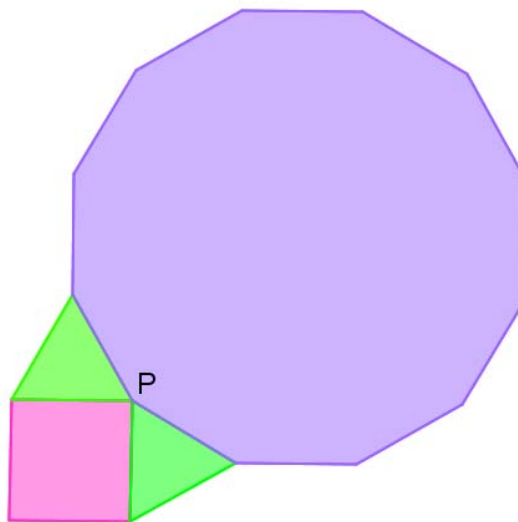
Por ejemplo, fíjate en las dos disposiciones siguientes:

a)



Estudia los ángulos que coinciden en el vértice marcado.

b)



- ¿ Qué tipos de polígonos coinciden en el punto P? Nómbralos.
  - ¿ Cuánto vale la suma de los cuatro polígonos regulares?
  -
- c) Podrían coincidir en un mismo punto P dos pentágonos regulares, un hexágono regular y un triángulo regular. Razona tu respuesta.
- d) Estudia otras configuraciones

**Actividad 6:**

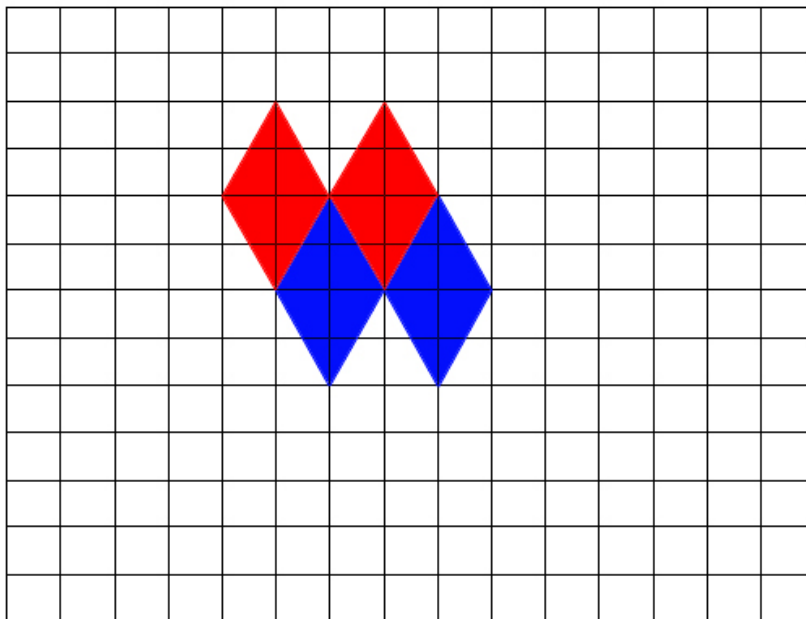
Si disponemos únicamente de cuadrados y triángulos regulares

- ¿Podríamos rellenar el plano? razona la respuesta
- Pon algunos ejemplos en el caso de que sí se pudiera realizar el relleno del plano

**Actividad 7:**

- Construye algunos mosaicos, de manera libre, y dibuja la tesela correspondiente.

**Actividad 8:** Completa en la siguiente ficha cuadriculada el siguiente mosaico



- ¿Cuál es la tesela en este mosaico? ¿la tesela es un polígono regular?

**Actividad 9: Investigando mosaicos**

- ¿Cualquier polígono regular puede teselar el plano para crear un mosaico regular?
- ¿qué polígonos regulares sí lo hacen y cuáles no? ¿por qué?

### Actividad 10: Conociendo e identificando los mosaicos

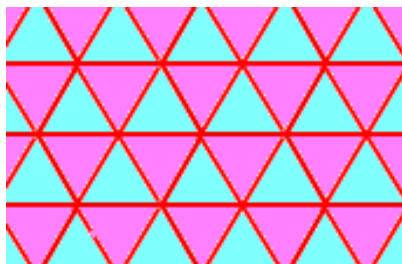
En las siguientes actividades vamos a tratar de conocer distintas teselaciones.

Lee las siguientes informaciones:

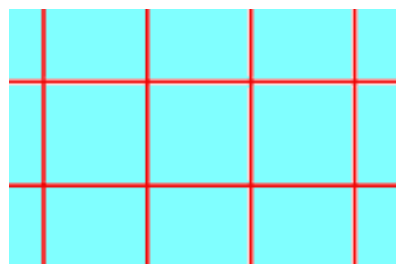
Un mosaico o teselación se llama **regular** si todas **las teselas son iguales a un mismo polígono regular** y tienen todos sus vértices en contacto con vértices de otras teselas



También se puede decir que una teselación **regular** es un patrón que se consigue repitiendo un polígono regular.



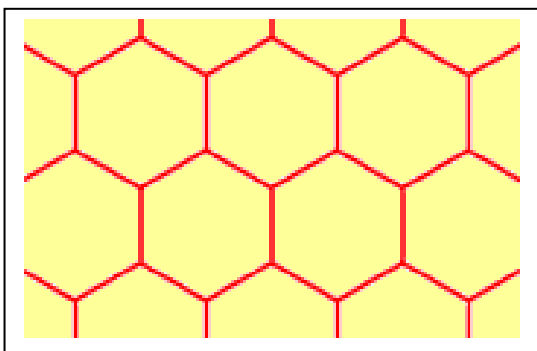
Las teselas son Triángulos equiláteros



Las teselas son Cuadrados

### ¿Cómo podemos identificar y describir las teselaciones?

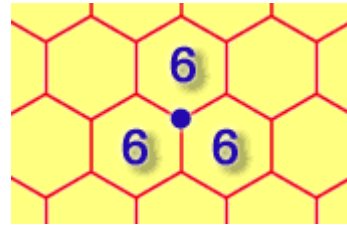
Hay una manera de describir las teselaciones. Fíjate en un vértice...



Un vértice es simplemente "una esquina".

¿Cuáles son las formas que coinciden en un vértice?

En este vértice coinciden tres hexágonos, y un hexágono tiene 6 lados. Así que esta teselación se llama "6.6.6".



A este código se le llama **símbolo de Schläfli**.

- De acuerdo a este criterio ¿cómo describirías las teselaciones triangulares y cuadradas?

#### Actividad 11:

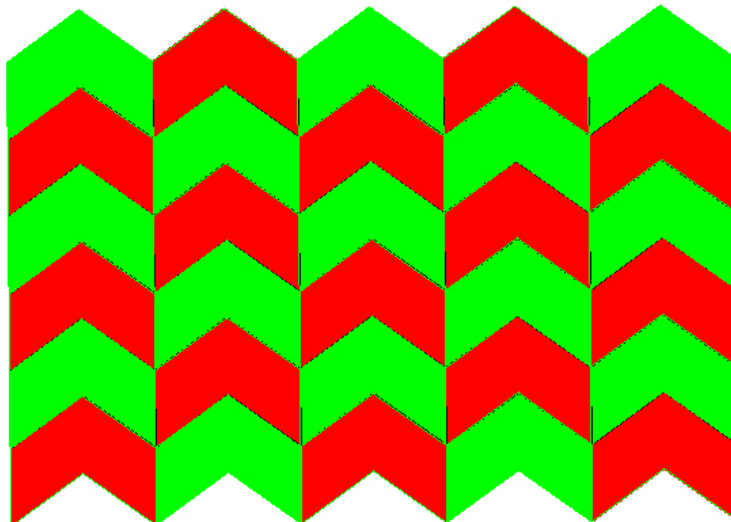
- Te parece razonable el siguiente comentario ***“En una teselación regular, ¡el patrón es el mismo en todos los vértices!”***
- Razona tu respuesta.

#### Actividad 12:

Lee la siguiente información

**Se denominan mosaicos pararregulares a aquellos que están generados por teselas que son polígonos no regulares.**

Por ejemplo:



- Dibuja un mosaico pararregular e identifica la tesela correspondiente.



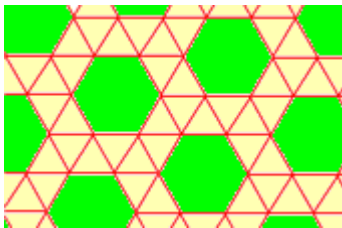
Un **mosaico** o teselación se llama **semirregular** si está formado por dos o más tipos de polígonos regulares todos unidos vértice a vértice, y en todos sus vértices tiene la misma disposición de polígonos (los mismos polígonos y en el mismo orden).

**¡El patrón debe ser el mismo en todos los vértices!**

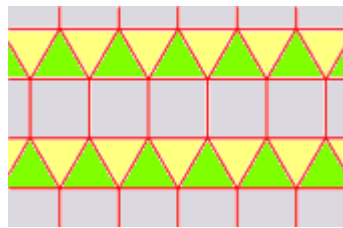
**Actividad 13:**

- Trata de encontrar algún mosaico semirregular y dibújalo en alguna plantilla.
- Después de tu investigación seguro que habrás encontrado más de un mosaico semirregular ¿pero cuántos hay?

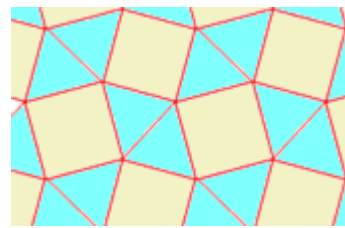
**!! Sólo existen 8 teselaciones semi-regulares!!  
Son las siguientes:**



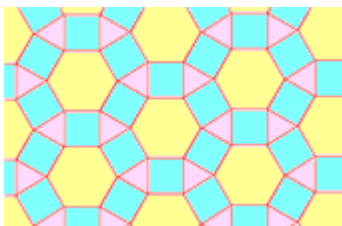
1- Descripción : 3.3.3.3.6



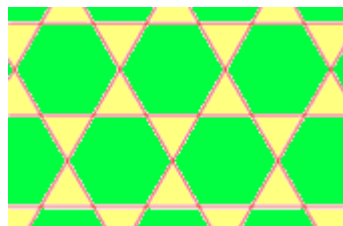
2-Descripción 3.3.3.4.4



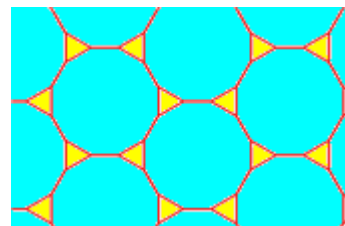
3.- Descripción 3.3.4.3.4



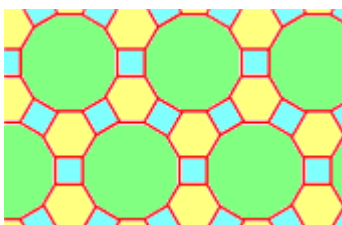
4.-Descripción:



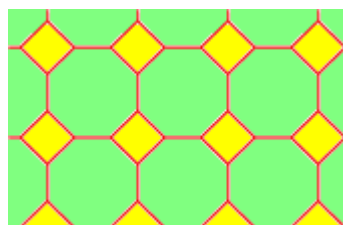
5.-Descripción:



6.-Descripción :



7.-Descripción :



8.-Descripción :

**MOSAICOS  
SEMIRREGULARES**

**Actividad 14:**

- Estudia cada uno de los ocho casos, describiendo qué tipo de polígonos regulares intervienen en cada caso. Rellena la siguiente tabla:

<b>TIPO DE MOSAICO SEMIRREGULAR</b>	<b>tipos de polígonos regulares que forman el mosaico</b>	<b>Número de polígonos que coinciden en cada vértice</b>
1	Hexágonos y triángulos	5
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

**Actividad 15:**

Completa la descripción de cada una de las ocho teselaciones semirregulares anteriores de acuerdo a los criterios que se han acordado.

<b>TIPO DE MOSAICO SEMIRREGULAR</b>	<b>Descripción del mosaico</b>
1	3.3.3.3.6
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

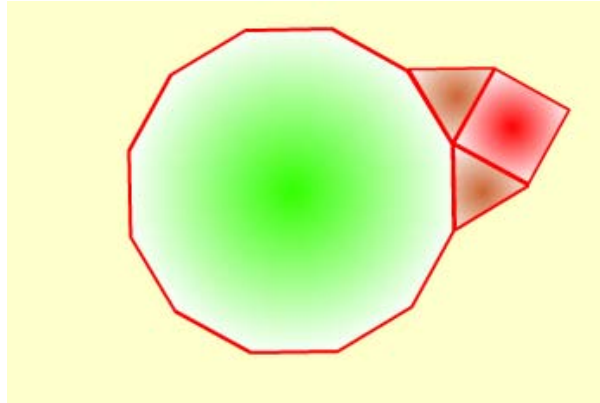
En las actividades anteriores hemos estudiado dos tipos de mosaicos, regulares y semirregulares, en los dos casos sus configuraciones pueden expandirse ilimitadamente hasta llenar el plano. Se suele decir que tanto unos como otros son **mosaicos uniformes**.

Pero, lógicamente también existen otras combinaciones de polígonos regulares que también suman  $360^\circ$ ; sin embargo, no es posible expandirlos ilimitadamente con esa uniformidad, se llaman **mosaicos no uniformes**

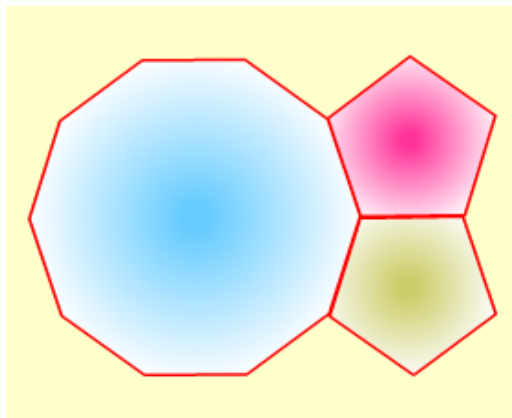
**Actividad 16:**

Sabemos que existen 7 configuraciones de este tipo, esto es 7 tipos de Mosaicos no uniformes.

Por ejemplo: **3.4.3.12**



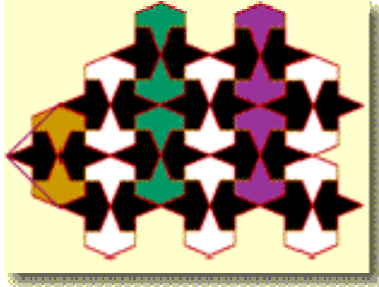
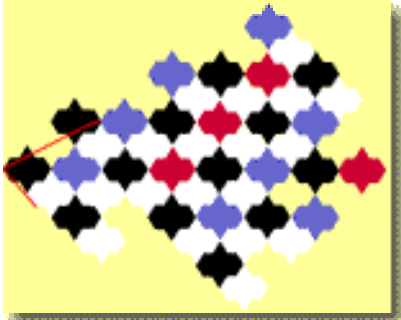
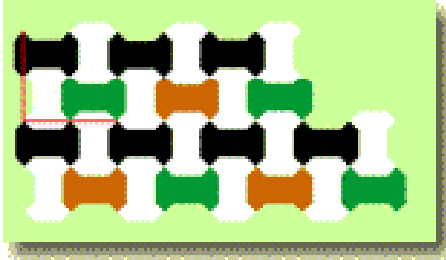

O también, el : **5.5.10**



- Intenta encontrarlos alguno de los cinco que faltan

**Los mosaicos árabes:**

Los conocimientos geométricos y artísticos de los artesanos islámicos hicieron posible la obtención de los llamados “polígonos nazaríes” , con los cuales realizaron bellos mosaicos. Los más conocidos son: el hueso, el pétalo, el avión, el huso, las estrellas y la pajarita.

 <p><b>El avión</b></p>	 <p><b>Estrellas</b></p>
 <p><b>El hueso</b></p>	 <p><b>La pajarita</b></p>
<p>Si quieres saber más de este tipo de mosaicos, vista la siguiente dirección:  <a href="http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material105/Mosaicos/alhambra.html#javascript">http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material105/Mosaicos/alhambra.html#javascript</a></p>	

## Los mosaicos de Escher

También el famoso artista holandés M. C. Escher dibujó algunas sorprendentes figuras que encajaban entre sí formando bellos mosaicos. Este dibujo es un ejemplo:



¿ cómo pueden realizarse estos dibujos?

Vamos a estudiar de manera esquemática estos métodos. Se basan en dos ideas:

- 1ª) Modificar los lados de algunos polígonos que rellenan el plano
- 2ª) Aplicar movimientos geométricos (traslaciones, giros, simetrías) de manera adecuada.

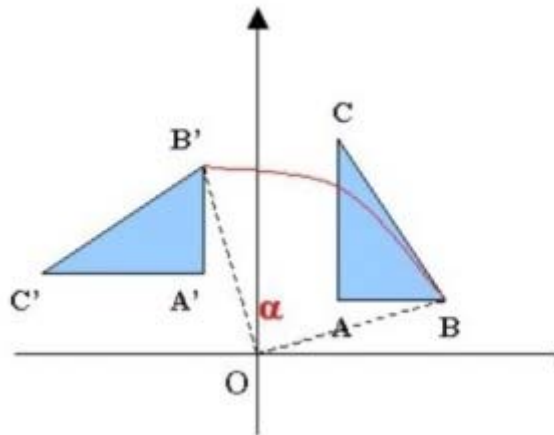
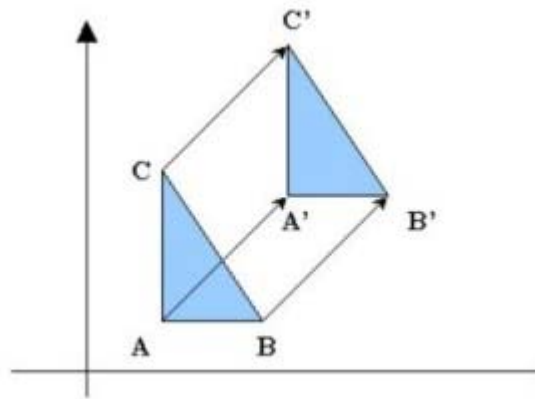
Para avanzar en la unidad es conveniente que comprendas lo que es una isometría y cómo podemos utilizar ese conocimiento de cara a la realización de mosaicos.

### TRES MOVIMIENTOS IMPORTANTES: TRASLACIONES, GIROS y SIMETRÍAS

Un movimiento o isometría es una transformación que **preserva todas las distancias y por ello preserva el tamaño y la forma**. (Nota: iso significa "igual" y métrica significa "medida").

### Tipos de isometrías en el plano

**Traslación:** Es una Isometría en que todos los puntos se desplazan una distancia fija hacia sus imágenes a lo largo de trayectorias paralelas.

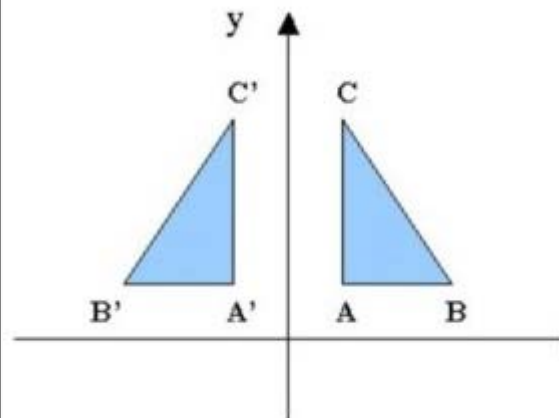


**Rotación o Giro:** Es una Isometría en que todos los puntos giran un ángulo constante con respecto a un punto fijo. El punto fijo se denomina centro de rotación y la cantidad de giro se denomina ángulo de rotación.

**O** centro de rotación

$\alpha$  ángulo de rotación

**Reflexión:** es una Isometría en que todos los puntos son enviados a sus imágenes reflejadas con respecto a una recta de reflexión, que actúa como espejo.

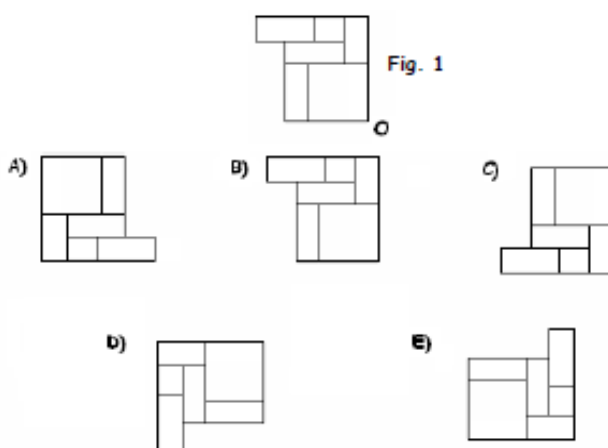


El eje **y** actúa como recta de reflexión

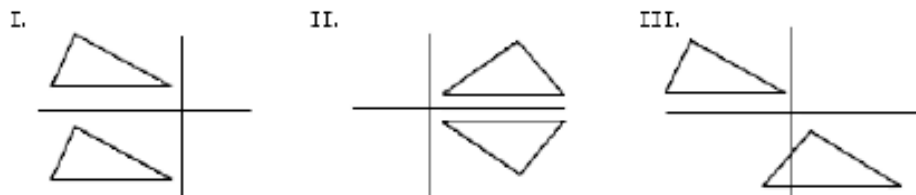
De cara a practicar con estos conceptos resuelve la siguiente actividad

### Actividad 17

a) ¿Qué figura se obtiene al aplicar una **rotación de centro O** y ángulo de giro de  $90^\circ$  a la figura 1?



b) ¿Cuáles de los siguientes casos representan una Traslación?



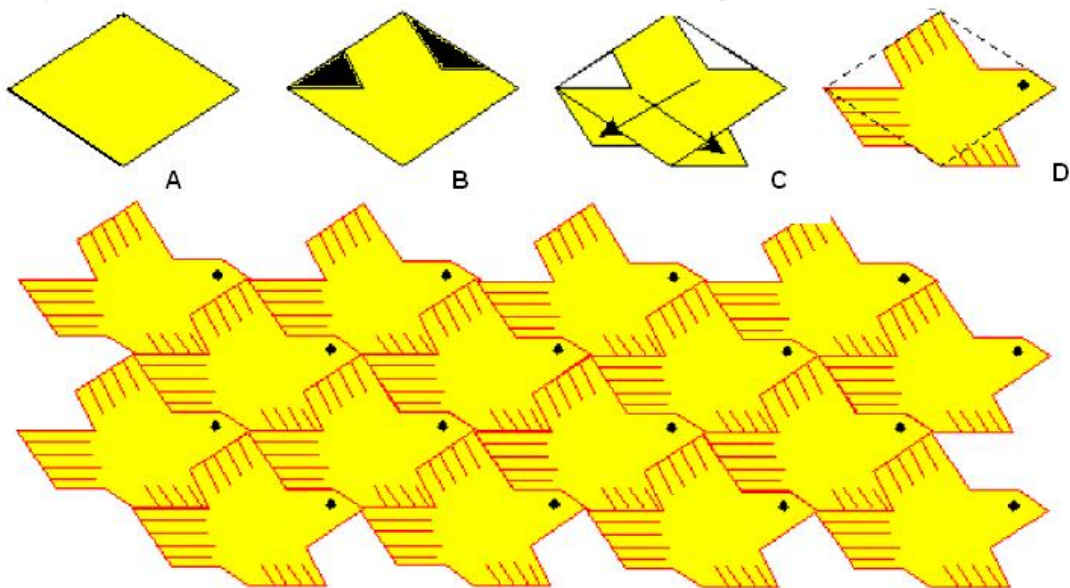
- a) Sólo I
- b) Sólo II
- c) Sólo III
- d) Sólo I y II
- e) Sólo I y III

**Para realizar los mosaicos de los árabes o los de Escher hemos de tener presentes estos conceptos y aplicarlos convenientemente. Veámoslo:**

#### A) TRASLACIONES.

Se parte de un triángulo, paralelogramo, hexágono (que como sabemos rellena el plano), posteriormente se modifica (o "recorta") uno o varios lados y **se traslada** la modificación (o se añade lo recortado) hacia el lado opuesto:

Ejemplo:



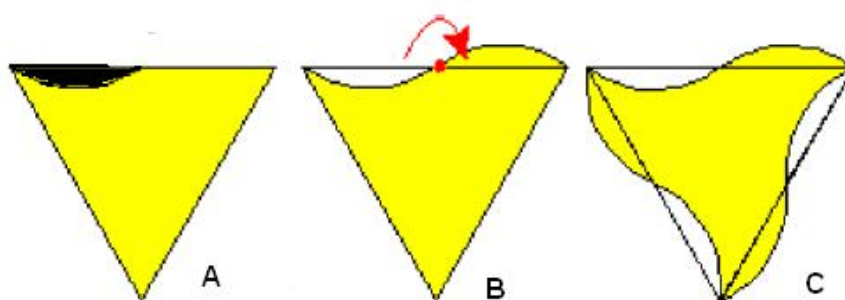
La figura A es la tesela básica, que modificándola adecuadamente nos sirve de base para hacer el mosaico.

En la figura B, se han recortado dos trozos, que por traslaciones adecuadas nos sirven para componer la figura C, que adornada convenientemente nos da la figura D (en este caso una paloma)

### B) GIROS de 180°

Se parte de un cuadrilátero, triángulo o hexágono y se realizan giros de 180° con el centro en el punto medio de un lado

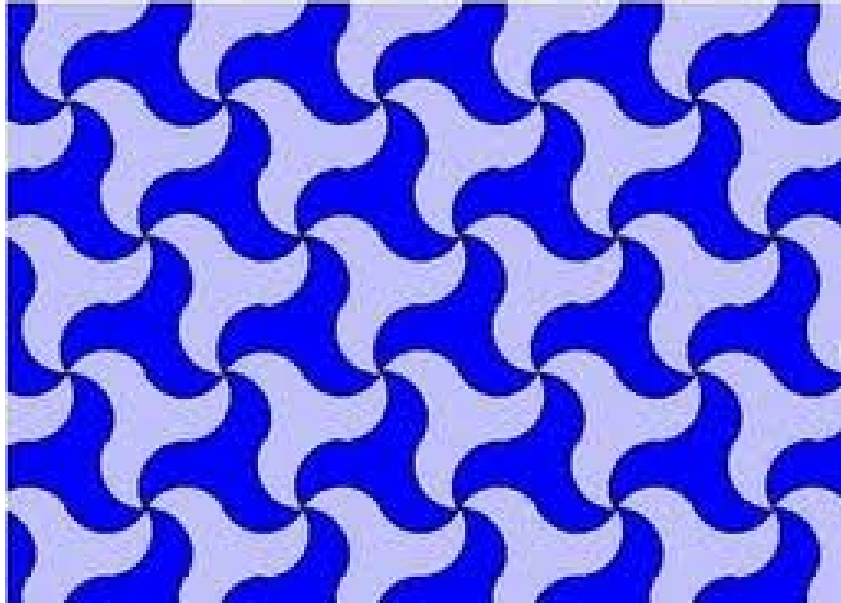
Ejemplo:



Partimos de un triángulo equilátero (que como sabemos rellena el plano); en la figura A hemos señalado un trozo interior, que girado 180° nos da lugar a la figura B. Realizando el mismo proceso en los tres lados obtenemos la figura C.

A partir de estas explicaciones podemos construir el siguiente mosaico:

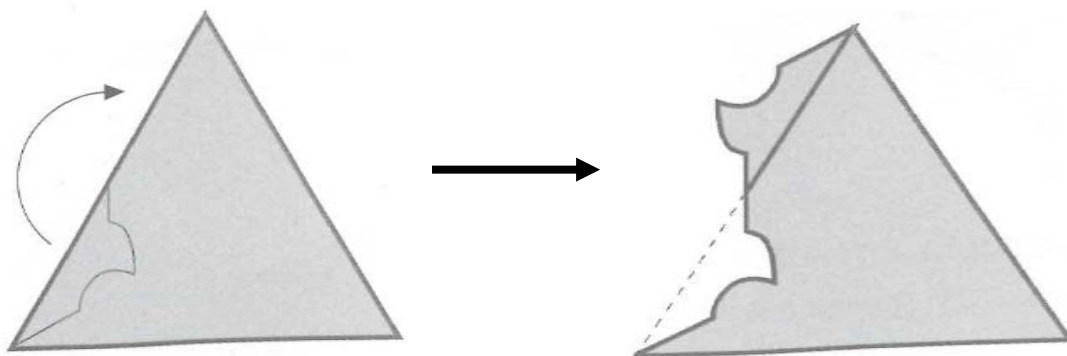


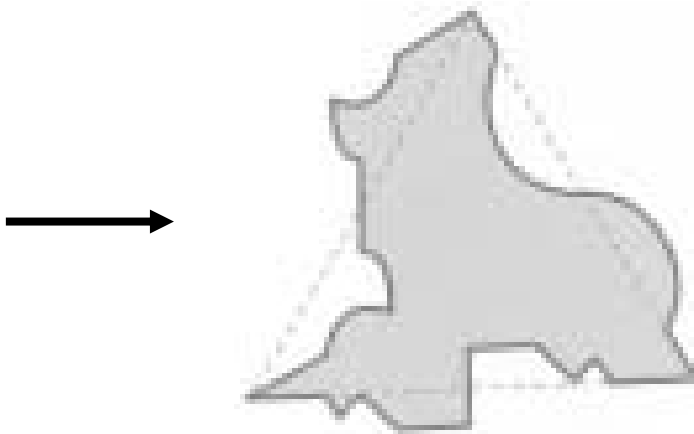


Esta configuración se puede encontrar en diversos lugares de la Alambra

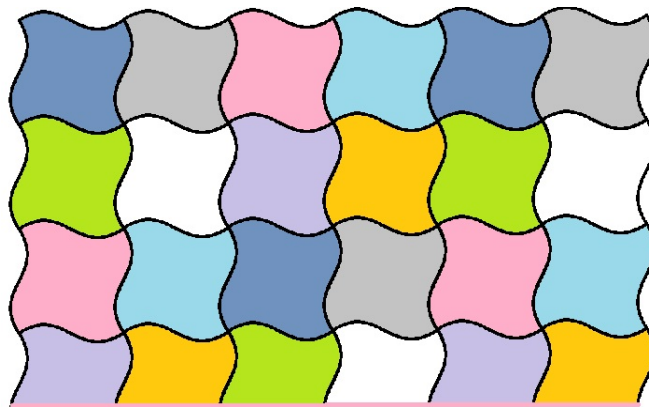


Si en vez de realizar este procedimiento marcamos el punto medio de cada lado del triángulo y de cada una de las mitades del lado recortamos un trozo a nuestra medida, para luego añadirle mediante un giro de  $180^\circ$  a la mitad de lado( tal como indican los dibujos), obtendremos una figura con la que es posible teselar (embaldosar) cualquier superficie plana.





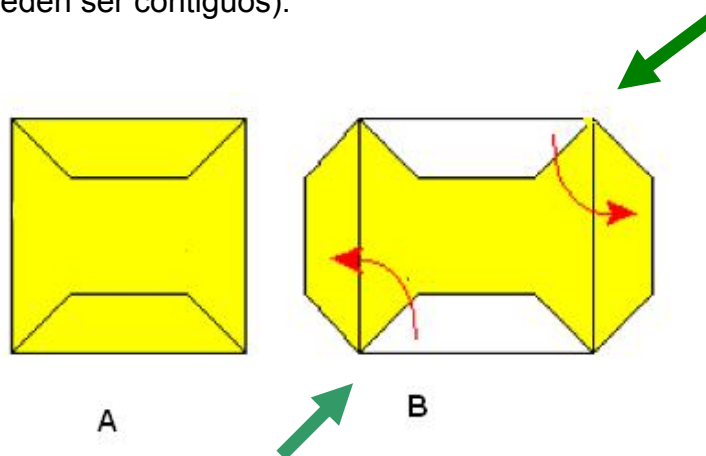
Partiendo de un rectángulo, siguiendo procedimientos similares, también podríamos obtener otros mosaicos, como por ejemplo:



### C) GIROS de 60°, 90° o 120°.

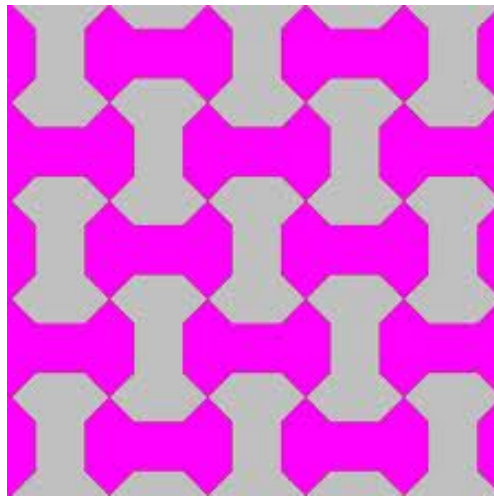
Se parte de un cuadrilátero, triángulo o hexágono y se realizan giros de 60°, 90° o 120° desde un vértice en algunos polígonos. (Los vértices desde los que se gira no pueden ser contiguos).

Ejemplo:



Partimos de un cuadrado, figura A, en el que se han dibujado dos zonas iguales (una en la parte superior y otra en la inferior). En la figura B se observa

como al girar  $90^\circ$  esos dos trozos sobre los puntos señalados, se obtiene una nueva figura que en nuestro caso corresponde a una especie de hueso; esta nueva figura nos va a servir para rellenar el plano como se observa el siguiente dibujo:

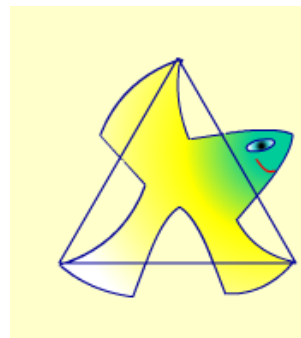


El "hueso" tesela el plano

### Actividades de consolidación, investigación y cierre de la unidad

#### Actividad 18:

Reuniendo estos conocimientos podríamos realizar dibujos como los siguientes:



[http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material105/Escher/escher\\_4.htm](http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material105/Escher/escher_4.htm)

- Trata ahora de realizar un mosaico aplicando un giro de  $180^\circ$  y las traslaciones correspondientes.

**Actividad 19:**

Presentar un mural con los distintos mosaicos realizados por los alumnos. En el mural se pueden añadir fotos de los distintos tipos de mosaicos que adornan la Alambra, así como textos con reseñas históricas del monumento y su relación con las matemáticas

**Actividad 20: Para investigar:**

Además de lo estudiado en las actividades anteriores una técnica muy utilizada en el arte nazarí para la construcción de teselaciones es partir de un cuadrado y realizar divisiones del mismo de manera organizada.

Por ejemplo si unimos mediante líneas los puntos que unen los vértices, el vértice con el punto medio de los lados, etc,..(diagrama A). Posteriormente marcamos una línea poligonal que está comprendida en el primer cuadrante (figura B)

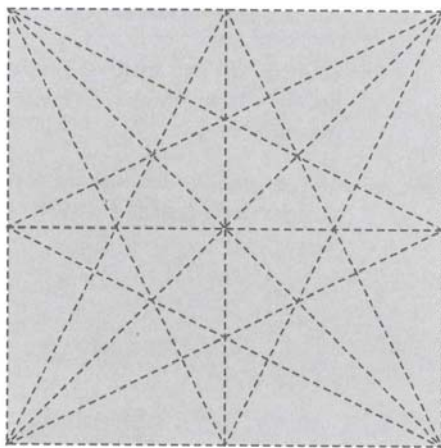


Figura A

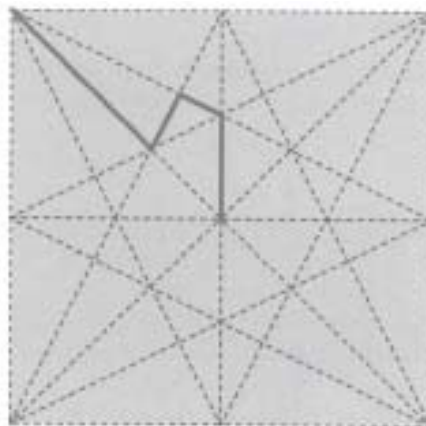


Figura B

Y por último mediante tres giros sucesivos de  $90^\circ$ , esta línea nos dibuja un contorno interior que se puede ver en la figura C

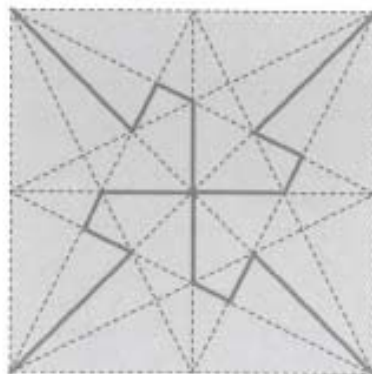
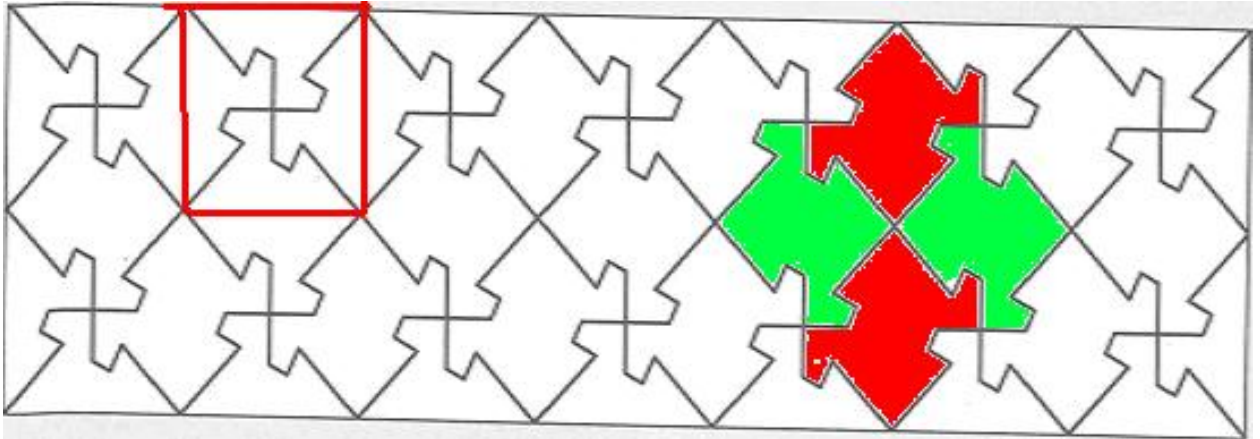


Figura C

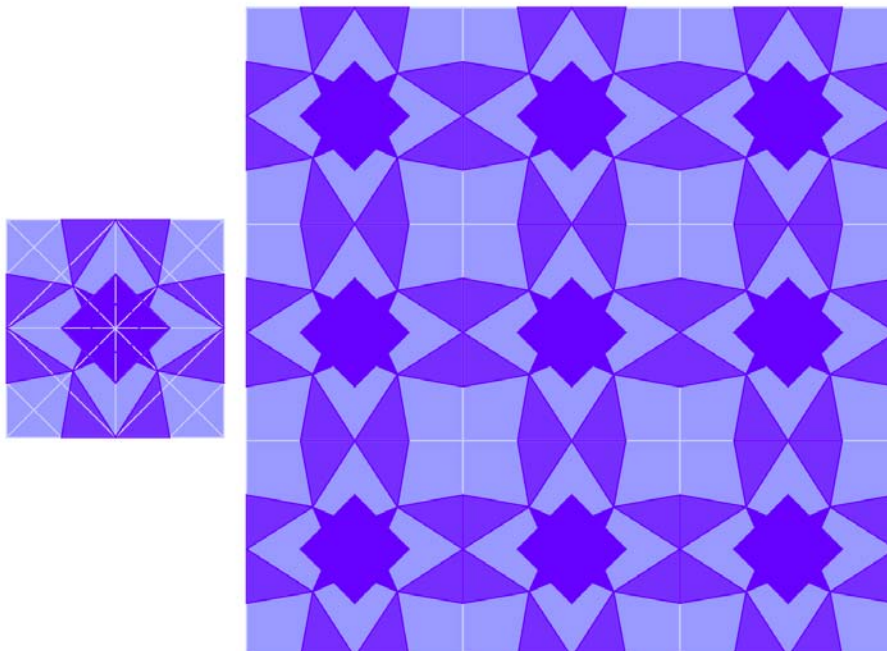
Borrando las líneas auxiliares, obtenemos la línea poligonal que hemos destacado y que será **el módulo** del mosaico, como puede verse en el siguiente dibujo.



### Actividad 21

- Utiliza esta técnica para **investigar** con otros mosaicos.

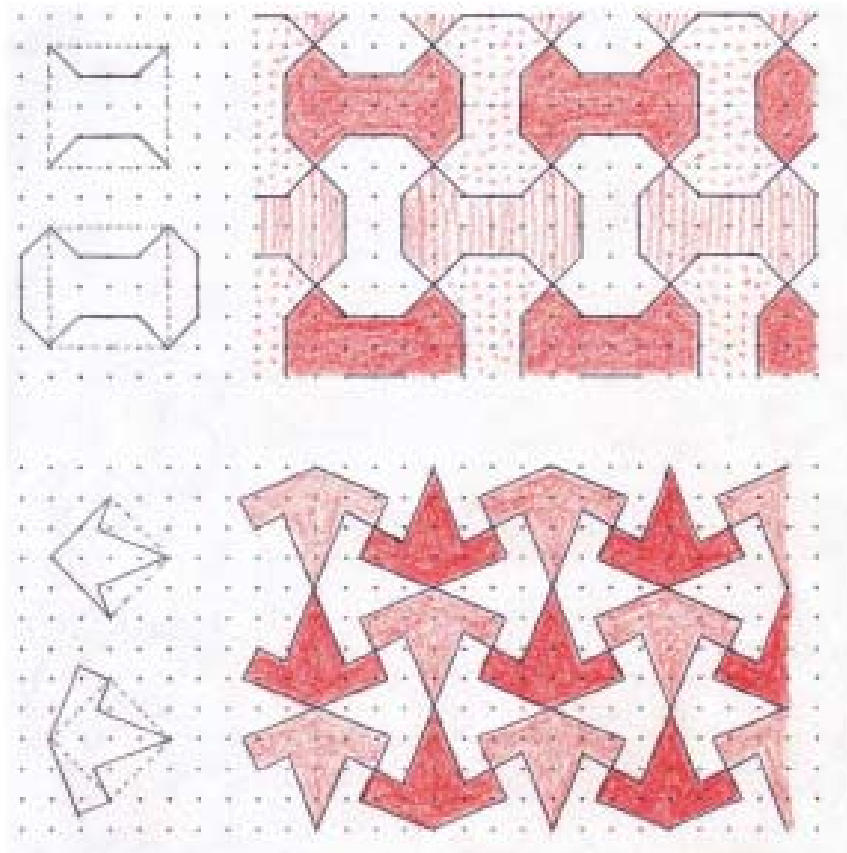
Aplicando técnicas similares podemos dibujar los siguientes mosaicos:



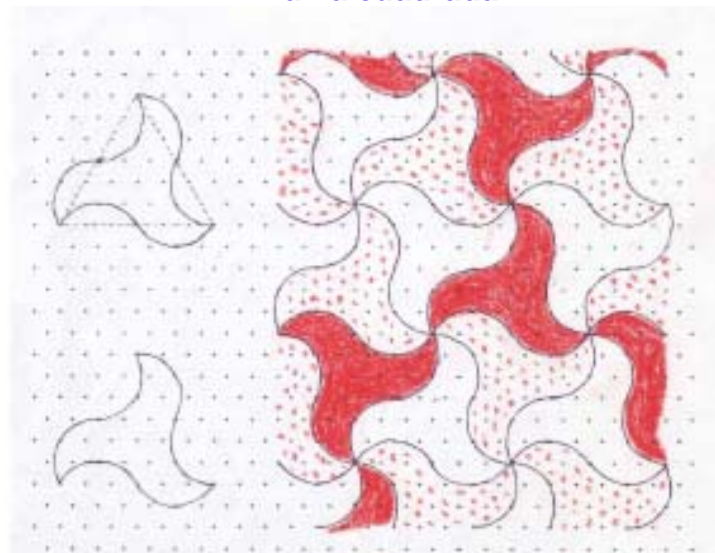
- Aplicando estas técnicas **investiga** distintas configuraciones de cara a dibujar mosaicos.

## Actividad 22

Utilizando tramas cuadradas o isométricas también podríamos dibujar teselas y mosaicos. Sirvan las siguientes situaciones como ejemplo:



**Trama cuadrada**



**Trama isométrica**

- Investiga diversas teselas en tramas cuadradas e isométricas

### Actividad 23.

- Para finalizar la secuencia didáctica rellena las siguientes tablas:

	Fácil	Regular	Difícil
El trabajo me ha resultado			

Lo más complicado ha sido			
---------------------------	--	--	--

	Nada	Algo	Bastante	Mucho
Estoy contento o contenta con el resultado de nuestro trabajo				

	Nada	Algo	Bastante	Mucho
He aprendido				

Qué he aprendido				
------------------	--	--	--	--

	Casi nunca	A veces	Muchas veces	Siempre
Aporté ideas para la realización del trabajo				

	Casi nunca	A veces	Muchas veces	Siempre
Escuché y valoré el trabajo de las demás personas				

	Casi nunca	A veces	Muchas veces	Siempre
Realicé las tareas propuestas				

### Para saber más:

Esta unidad, recoge muchas ideas y actividades de variados recursos que podemos encontrar en la red. De cara a ampliar la propuesta se sugieren los siguientes recursos:

- Una página elaborada por D. José Antonio Mora para profundizar en el conocimiento de los mosaicos: <http://jmora7.com/Mosaicos/index14.htm>

Una página muy interesante sobre la construcción dinámica de mosaicos con el material premiado por el CNICE: *Los movimientos en el plano*. En el apartado titulado Los movimientos en el arte podemos ver el proceso de confección de los diferentes tipos de mosaicos y sus reglas construcción: <http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material105/inicio.html>

- Unidad didáctica sobre mosaicos:

<http://www.docstoc.com/docs/107534447/Unidad-Didactica-Mosaicos>

- Una serie de páginas para practicar las isometrías:

- Ejercicios de traslaciones con Geogebra: <http://www.acorral.es/geogebra/practasgeoge.html>
- Ejercicios de simetrías respecto a un eje: <http://www.acorral.es/geogebra/pracsimegeoge.html>
- Ejercicios de giros con Geogebra: <http://www.acorral.es/geogebra/pracgirosgeoge.html>

- Webquestsobre mosaicos del grupo Alquerque:

[http://www.grupoalquerque.es/ferias/2009/archivos/wesquest\\_2/mosaicos.html](http://www.grupoalquerque.es/ferias/2009/archivos/wesquest_2/mosaicos.html)

- Vídeo de la serie Más por Menos:

- Movimientos en el plano: <http://www.rtve.es/alacarta/videos/mas-por-menos/aventura-del-saber-serie-mas-menos-movimientos-plano/1283084/>
- La geometría se hace arte: <http://www.rtve.es/alacarta/videos/mas-por-menos/aventura-del-saber-serie-mas-menos-geometria-se-hace-arte/1291007/>
- 

- MosaicoTutorial sobre cómo construimos mosaicos con Geogebra:

[http://www.youtube.com/watch?v=5ZJMI9n\\_mmg](http://www.youtube.com/watch?v=5ZJMI9n_mmg)

- Construyendo mosaicos

- a) <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarrojo/matematicas/matematicas/3eso/geometria/movimientos/mosaicos/mosaicos.htm>
- b) <http://www.uhu.es/ceferino.parra/Artemate/MOSAICOS.htm>